C1Z11: ANALIZA ALGORITAMA

10. APRIL 2010.

1. Data je funkcija $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Definišemo dva niza njenih "marginalnih" funkcija $g_0, g_1, \ldots$ i $h_0, h_1, \ldots$ tako da za fiksirano $n \in \mathbb{N}$ važi

$$g_n(x) = f(x, n), \text{ odnosno } h_n(x) = f(n, x)$$

za sve $x \in \mathbb{N}$.

Ako znamo da su *sve* funkcije $g_0, g_1, \ldots, h_0, h_1, \ldots$ prosto rekurzivne, da li tada cela funkcija f mora biti prosto rekurzivna? Da li f uopšte mora biti rekurzivna? Kako glase odgovori na ova pitanja ako znamo da je f ograničena (postoji prirodan broj M tako da je $f(x, y) \leqslant M$ za sve $x, y \in \mathbb{N}$)? Obrazložiti odgovore.

2. Dati su prirodni brojevi $c, k > 0$. Dokazati da je skup

$$A_{c,k} = \{ \lfloor cn^k \log_2 n \rfloor : \ n > 0 \}$$

prosto rekurzivan.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z, t) = \left\lfloor \frac{x^y}{z + t + 1} + \frac{z^t}{x + y + 1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{t^x}{y + z + 1} + \frac{y^z}{x + t + 1} \right\rfloor .$$

4. Dat je prirodan broj $m > 0$. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja vraća vrednost 0 ako uneti broj n pripada skupu

$$B_m = \{ k^{k^m} : \ k \geq 0 \},$$

a u suprotnom vraća vrednost 1.

5. Težinski graf $\mathcal{G}$ je dat svojom matricom

$$A_{\mathcal{G}} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 1 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 2 & \infty & 6 \\ 1 & 2 & 0 & 5 & \infty \\ 3 & \infty & 5 & 0 & \infty \\ 4 & 6 & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} .$$

Nacrtati ovaj graf, a zatim na njemu sprovesti Jarnik-Primov algoritam za nalaženje MRS.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

ZA STUDENTE SA CRVENIM INDEKSIMA SVAKI ZADATAK VREDI **8** POENA.

ZA STUDENTE SA PLAVIM INDEKSIMA SVAKI ZADATAK VREDI **20** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PONEDELJAK, 12.4.** U **11:00**.