I152, C1Z11: ANALIZA ALGORITAMA

15. APRIL 2011.

1. **1.** Za prirodan broj $n \geq 2$ i r takvo da je $0 \leq r < n$ kažemo da je r *kvadratni ostatak* po modulu n ako postoji prirodan broj x tako da je $x^2 \equiv r \pmod{n}$. Funckija $f(x)$ je definisana sa $f(0) = f(1) = 0$, dok je za $n \geq 2$, $f(n)$ označava *najveći* kvadratni ostatak po modulu n. Dokazati da je f prosto rekurzivna funkcija.

2. Za dati prirodan broj $k \geq 1$, neka P_k predstavlja skup svih prirodnih brojeva koji se mogu prikazati kao zbir k prostih brojeva (na primer, P_1 je zapravo skup svih prostih brojeva). Dokazati da je P_k prosto rekurzivan skup.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja računa funkciju

$$f(x,y,z) = \left\lfloor \frac{x! + y!}{z+2} + \frac{z!}{xy+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x!}{yz+2} + \frac{y! + z!}{x+1} \right\rfloor .$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava najveći zajednički delilac dva uneta broja a, b, sem u slučaju kada je $(a,b) = (0,0)$, kada mašina vraća 0.

5. Primeniti algoritam za problem HORNSAT na formulu

$$\varphi(x,y,z,t) = \neg t \wedge (x \vee \neg z) \wedge (\neg y \vee z \vee \neg t) \wedge (\neg x \vee \neg t).$$

Ako je formula zadovoljiva, navesti zadovoljavajuću valuaciju.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **UTORAK, 19.4.** U **12:00**.