I152: ANALIZA ALGORITAMA

8. APRIL 2016.

1. Za dati prirodan broj $n \geq 1$, neka $d(n,i)$ označava $(i+1)$-ti po redu delilac broja n (delioci su poredjani u rastućem redosledu) ukoliko je $1 \leq i < \gamma(n)$, dok je za $i \geq \gamma(n)$, $d(n,i) = 0$. Takodje, $d(0,i) = 0$ za sve i.

(Na primer, $d(28,0) = 1$, $d(28,1) = 2$, $d(28,2) = 4$, $d(28,3) = 7$, $d(28,4) = 14$, $d(28,5) = 28$, dok je $d(28,i) = 0$ za $i \geq 6$.)

Dokazati da je $d(n,i)$ prosto rekurzivna funkcija.

2. Prirodan broj x je 2-*palindomičan* ako je njegov binarni zapis palindom nad azbukom $\{0,1\}$. Dokazati da je skup P svih 2-palindromičnih brojeva prosto rekurzivan.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x,y) = \left\lfloor \frac{x! \cdot y!}{x^2 + y^2 + 1} \right\rfloor + \lfloor \log_3(xy+2) \rfloor.$$

4. Neka je $f(x)$ rekurzivna funkcija, i neka je $\mathcal{M}_f$ Tjuringova mašina u "recka sistemu" koja je izračunava. Koristeći ovu mašinu (kao "crnu kutiju"), konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dati broj x izračunava najmanji prost broj koji je $\geq f(x)$.

5. Konstruisati formulu ϕ' koji se dobija od 3-KNF

$$\phi(x,y,z) = (x \vee \neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee y \vee z)$$

u postupku redukcije problema 3-SAT na problem $\neq$-SAT. Ako postoji, naći jednu zadovoljavajuću valuaciju formule ϕ i njoj odgovarajuću $\neq$-zadovoljavajuću valuaciju formule ϕ'.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PONEDELJAK, 11.4.** U **11:00**.