

## ANALIZA ALGORITAMA (II F, IV D)

7. DECEMBAR 2002.

1. Data je rekurzivna funkcija  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  koja je neopadajuća ( $x \leq y \Rightarrow f(x) \leq f(y)$ ). Dokazati da je njen skup vrednosti

$$f(\mathbb{N}) = \{f(x) : x \in \mathbb{N}\}$$

rekurzivan skup.

2. Data je funkcija  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definisana sa  $f(x) = s_{x+1}$ ,  $n \geq 0$ , gde  $s_n$  označava  $n$ -ti složen broj (npr.  $s_1 = 4$ ,  $s_2 = 6$ ,  $s_3 = 8$ ,  $s_4 = 9$ , ...). Dokazati da je  $f$  prosto rekurzivna funkcija.

3. Konstruisati (u azbuci  $\{[, *]\}$ ) Tjuringovu mašinu koja za uneti broj  $x$  izračunava  $x$ -ti Fibonačijev broj ( $f(0) = f(1) = 1$ ,

$$f(x+2) = f(x+1) + f(x)$$

za  $x \geq 0$ ).

4. Neka je  $g(x) = 2^x + 2$ , dok je funkcija  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  definisana sa  $f(0) = g(0)$  i  $f(x+1) = 3^{g(f(x))} + 1$ , za sve  $x \geq 0$ . Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije  $f(x)$  u azbuci  $\{[, *]\}$ .

**RAD TRAJE 180 MINUTA.**

**SVAKI ZADATAK VREDI 25 POENA.**

**REZULTATI: 10. DECEMBAR 2002. (UTORAK) U 12.00**

**USMENI: 12. DECEMBAR 2002. (ČETVRTAK) U 11.00**