B042: ANALIZA ALGORITAMA

30. JANUAR 2007.

[**15**] **1.** Niz (a_n) je dat sledećim uslovima: $a_0 = a_1 = a_2 = 1$, dok je za $n \geq 0$,

$$a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} + a_n.$$

Dokazati da je funkcija f data sa $f(n) = a_n$ prosto rekurzivna.

[**20**] **2.** Za prirodne brojeve x, y definišemo da je $f(x, y) = k$ ako i samo ako se u dekadnim zapisima x i y poslednjih k cifara poklapaju, dok su $(k + 1)$-ve cifre (posmatrano zdesna) ili različite, ili $(k+1)$-va cifra (zdesna) ne postoji u nekom od ovih brojeva.

Na primer: $f(1973, 2673) = 2$, $f(2007, 7) = f(27, 7) = 1$, $f(71, 85) = f(73, 79) = 0$.

Dokazati da je $f(x, y)$ prosto rekurzivna funkcija.

[**15**] **3.** Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{x! \cdot (y + z)}{(z + 73)^{xy} + 19} \right\rfloor + \lfloor \log_6 (x(y + 1)^z + 26) \rfloor.$$

[**20**] **4.** Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava treću cifru zdesna u dekadnom zapisu datog broja x (naravno, pod uslovom da je $x \geqslant 100$, u suprotnom, mašina treba da ispiše 0).

[**30**] **5.**
(a) Kada kažemo za iskaznu formulu ϕ da je u *konjunktivnoj normalnoj formi* (KNF)? [**5** poena]

(b) Definisati probleme odlučivanja SAT i HORNSAT. Kakav je njihov medjusobni odnos? [**5** poena]

(c) Dati polinomni algoritam za rešavanje problema HORNSAT. [**5** poena]

(d) Dokazati korektnost algoritma pod (c). [**10** poena]

(e) Analizirati složenost algoritma pod (c). [**5** poena]

RAD TRAJE **180** MINUTA.

VREDNOST ZADATAKA JE NAZNAČENA PORED REDNIH BROJEVA.

REZULTATI ĆE BITI OBJAVLJENI U **SREDU, 31.1.** U **11:00**.

UPISIVANJE OCENA, RAZMATRANJE ŽALBI I EVENTUALNI USMENI DEO ISPITA (ZA STUDENTE PO PROGRAMIMA PRE 2002. GODINE) JE <u>ISTOG DANA</u> U **11:15**.