C1Z11: ANALIZA ALGORITAMA

29. JANUAR 2010.

1. Za prirodan broj $m > 1$ kažemo da je *kubno slobodan* ako ne postoji prirodan broj $k \geq 2$ tako da $k^3 \mid m$. Poredjajmo sada sve kubno slobodne brojeve u strogo rastući niz $(a_n)_{n\geq 0}$ i definišimo funkciju f sa $f(n) = a_n$ (tako je, na primer, $f(0) = 2$, $f(1) = 3, \ldots, f(5) = 7$, $f(6) = 9, \ldots$). Dokazati da je funkcija f prosto rekurzivna.

2. Dokazati da je skup

$$D = \{n \in \mathbb{N} : \text{ postoje } a, b \in \mathbb{N} \text{ tako da je } n = a^2 - b^2\}$$

prosto rekurzivan.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z, t) = \left\lfloor \frac{x!}{y+1} + \frac{z!}{t+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y!}{z+1} + \frac{t!}{x+1} \right\rfloor .$$

4. Neka je $g(0) = 0$, dok za $n > 0$, $g(n)$ predstavlja broj različitih rešenja jednačine

$$n = a^2 - b^2,$$

tj. broj različitih parova (a, b) za koje važi gornja jednakost. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dato n izračunava $g(n)$. (Uputstvo: najpre objasniti zašto za svako $n > 0$ može biti samo konačno mnogo rešenja.)

5. Težinski graf $\mathcal{G}$ je dat svojom matricom

$$A_{\mathcal{G}} = \begin{pmatrix} 0 & 7 & 6 & 8 & 9 \\ 7 & 0 & 5 & \infty & 11 \\ 6 & 5 & 0 & 10 & \infty \\ 8 & \infty & 10 & 0 & \infty \\ 9 & 11 & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix} .$$

Nacrtati ovaj graf, a zatim na njemu sprovesti Kraskalov, odnosno Jarnik-Primov algoritam za nalaženje MRS. Ukratko opisati i uporediti tokove ova dva algoritma.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

ZA STUDENTE SA CRVENIM INDEKSIMA SVAKI ZADATAK VREDI **8** POENA.

ZA STUDENTE SA PLAVIM INDEKSIMA SVAKI ZADATAK VREDI **20** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PONEDELJAK, 1.2.** U **12:00**.