I152: ANALIZA ALGORITAMA

10. FEBRUAR 2012.

1. Za dati prirodan broj n, neka $f(n)$ označava prirodan broj koji se dobija tako što se binarni zapis broja n pročita *unazad* i taj string — nakon odbacivanja početnih nula — predstavlja binarni zapis broja $f(n)$. Tako je, na primer, $f(25) = 19$, jer binarni zapis broja 25 glasi 11001, dok se 19 piše kao 10011; takodje, $f(12) = 3$ jer se 12 zapisuje kao 1100, pa se čitanjem unazad dobija 0011, što zapravo predstavlja 11, binarni zapis broja 3.

   Dokazati da je funkcija $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ prosto rekurzivna.

2. Data je azbuka $\Sigma = \{a, b\}$. Za reč $w \in \Sigma^*$ kažemo da je *palindrom* ako se reč $\overleftarrow{w}$ koja se dobija čitanjem w unazad poklapa sa w. Podsetimo se, *kataloški broj* reči $w = a_{\alpha_1} \ldots a_{\alpha_n}$ u odnosu na azbuku Σ je

$$||w|| = \alpha_1 2^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1} 2^1 + \alpha_n,$$

   gde je $a = a_1$ i $b = a_2$. Neka je

$$P = \{||w|| : \ w \in \Sigma^* \text{ je palindrom}\}.$$

   Dokazati da je P prosto rekurzivan skup.

   Uputstvo: Koristiti prethodni zadatak.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{(x+y)z!}{xy+z+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(y+z)x!}{yz+x+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(z+x)y!}{zx+y+1} \right\rfloor .$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dva data prirodna broja a, b vraća 0 ukoliko je jedan od datih brojeva 0, a u suprotnom izračunava NZS(a, b).

5. Konstruisati iskaznu formulu u 3-konjunktivnoj normalnoj formi (3-KNF) poja se dobija od formule

$$\varphi(x, y, z, t) = \neg x \wedge (x \vee y) \wedge (x \vee \neg y \vee z \vee \neg t) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z \vee t)$$

   u postupku redukcije problema SAT (zadovoljivosti iskaznih formula u KNF) na problem 3-SAT.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PONEDELJAK, 13.2.** U **12:30** (OKUPLJANJE JE NA II SPRATU).