

# I152: ANALIZA ALGORITAMA

6. FEBRUAR 2013.

1. Neka je  $A$  skup svih prirodnih brojeva koji se mogu predstaviti kao zbir tri po parovima *različita* prosta broja. (Na primer,  $12 = 2 + 3 + 7 \in A$ , dok  $6 \notin A$ .) Dokazati da je  $A$  prosto rekurzivan skup.
2. Data je azbuka  $\Sigma = \{a, b\}$ . Jezik  $L \subseteq \{a, b\}^*$  se sastoji od svih reči dužine  $\geq 3$  koje u sebi sadrže tri uzastopna pojavljivanja istog slova (drugim rečima sadrže ili  $aaa$  ili  $bbb$  kao podreč). Neka je

$$B = \{\|w\| : w \in L\},$$

gde  $\|w\|$  označava 'kataloški broj' reči  $w$  u leksikografskoj enumeraciji. Dokazati da je  $B$  prosto rekurzivan skup.

3. Konstruisati Turingovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{(x+y)z!}{y+z+1} + \frac{x!}{x+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(z+x)y!}{zx+y+1} \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Turingovu mašinu koja za dati prirodan broj  $n$  izračunava *najveći* delilac broja  $n$  koji nije veći od  $\sqrt[3]{n}$ .
5. Konstruisati iskaznu formulu u 3-konjunktivnoj normalnoj formi (3-KNF) koja se dobija od formule

$$\varphi(x, y, z, t, u) = (x \vee y) \wedge (x \vee \neg y \vee z \vee \neg t) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z \vee t \vee \neg u)$$

u postupku redukcije problema SAT na problem 3-SAT.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PETAK, 8.2. U 11:00** (OKUPLJANJE NA II SPRATU).