

# I152: ANALIZA ALGORITAMA

31. JANUAR 2017.

1. Za prirodan broj  $n \geq 1$  neka  $f(n)$  označava zbir svih prirodnih brojeva manjih od  $n$  koji su uzajamno prosti sa  $n$ , dok je  $f(0) = 0$ . Dokazati da je  $f$  prosto rekurzivna funkcija.
2. Prirodan broj je *kvazi-prost* ako zbir njegovih pravih delitelja (delitelja strogo manjih od  $n$ ) nije veći od  $\sqrt{n}$ . Dokazati da je skup kvazi-prostih brojeva prosto rekurzivan.
3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{x! + (y + 2)^z}{xyz + 1} \right\rfloor + \lfloor \log_3(x + y + z + 3) \rfloor.$$

4. U standardnoj notaciji za inverznu Kantorovu enumeraciju  $c^{-1}(n) = (\ell(n), r(n))$  neka je funkcija  $f$  data sa

$$f(n) = 2^{\ell(n)} 3^{r(n)}.$$

Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije  $f(n)$ .

*Uputstvo:* Iako to predstavlja legitimno rešenje zadatka, pokušati da se izbegnu izračunavanja izraza za  $\ell(n)$  i  $r(n)$  sa korenima i celim delovima, itd. Umesto toga, pokušajte da pronadjete "inteligentnije" rešenje zadatka, uz konstrukciju mašine koja izračunava Kantorovu enumeraciju  $c(x, y)$ .

5. Konstruisati 3-KNF  $\phi'$  koji se dobija od KNF

$$\begin{aligned} \phi(x, y, z) = & (x \vee \neg y \vee z \vee u \vee \neg v) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z \vee \neg u) \wedge \\ & \wedge (\neg x \vee y \vee z \vee u \vee v) \end{aligned}$$

u postupku redukcije problema SAT na problem 3-SAT. Ako postoji, naći jednu zadovoljavajuću valuaciju formule  $\phi'$ .

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **ČETVRTAK, 2.2. U 11:00** (UČIONICA 60).