I152: ANALIZA ALGORITAMA

6. FEBRUAR 2018.

1. Za prirodne brojeve $n, a \geq 0$, $\ell \geq 1$, neka $f(n, \ell, a)$ označava broj svih nizova *celih* brojeva $(x_1, \ldots, x_\ell) \in \mathbb{Z}^\ell$ (dakle, dužine ℓ) takvih da je $|x_i| \leq a$ za sve $1 \leq i \leq \ell$ i

$$x_1 + \cdots + x_\ell = n.$$

Dokazati da je $f(n, \ell, a)$ (dopunjena sa $f(n, 0, a) = 0$ za sve $n, a \geq 0$) prosto rekurzivna funkcija.

2. Za prirodan broj n kažemo da je *podložan korenovanju* ako je reč o potpunom kvadradu, ili o potpunom kubu, ili..., dakle, ako važi

$$n = k^m$$

za neke prirodne brojeve k, m tako da je $m \geq 2$.

Za prirodan broj x kažemo da je *čudan* ako je broj svih prirodnih brojeva $\leq n$ podložnih korenovanju – neparan. Dokazati da je skup $S \subseteq \mathbb{N}$ svih čudnih brojeva prosto rekurzivan.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{(xyz + 6)!}{x + y + z + 1} \right\rfloor + \lfloor \log_2(xy + yz + zx + 2) \rfloor.$$

4. Za proste brojeve $p < q$ kažmo da formiraju *blizanački par* ako se razlikuju za dva, tj. $q - p = 2$. Za $n \leq 2$ neka je $f(n) = 0$, dok za $n \geq 3$, $f(n)$ predstavlja najveći prost broj $\leq n$ koji je deo nekog blizanačkog para. (Na primer, $f(12) = 11$, jer $(11, 13)$ formiraju blizanački par.) Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za uneto n izračunava vrednost funkcije $f(n)$.

5. U redukciji problema 3-SAT na problem $\neq$-SAT konstruisati formulu u 3-KNF koja se dobija iz formule

$$\phi(x, y, z, t) = (x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (y \vee \neg z \vee t) \wedge (\neg x \vee z \vee \neg t).$$

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **SREDA, 7.2.** U **11:30** (UČIONICA 60).