I152: ANALIZA ALGORITAMA

7. FEBRUAR 2019.

1. Artimetička funkcija dve promenljive $f(n,k)$ je definisana na sledeći način: ako je zadovoljen bar jedan od uslova

(1) $n \leq 2$,

(2) $k \leq 1$,

(3) $n < 2k - 1$,

tada je $f(n,k) = 0$. U suprotnom (dakle, ako je $n \geq 3$, $k \geq 2$ i $n \geq 2k-1$), $f(n,k)$ predstavlja broj svih različitih uredjenih parova (X,Y) koji se sastoje od k-elementnih podskupova skupa

$$A = \{1, 2, \ldots, n\}$$

sa osobinom da je $X \cap Y$ jednoelementan skup. Dokazati da je $f(n,k)$ prosto rekurzivna funkcija.

2. Neka za dat prirodan broj n, $\delta(n)$ označava najmanji prirodan broj sa osobinom da je $n + \delta(n)$ prost broj. (Na primer, ako je sam broj n prost, tada je jasno $\delta(n) = 0$.)

(a) Dokazati da je $\delta(n)$ prosto rekurzivna funkcija.

(b) Dokazati da je skup A svih prirodnih brojeva n sa osobinom da je $\delta(n) \geq 2019$ prosto rekurzivan.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x,y,z) = \left\lfloor \frac{xy + z!}{xyz + 1} \right\rfloor + \lfloor \log_3((yz + zx)! + 2) \rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava funkciju $\delta(n)$ iz Zadatka br. 2.

5. Konstrisati graf G_ϕ koji se dobija u redukciji problema SAT na problem klika u grafovima, gde je

$$\phi(x,y,z,t) = (x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (y \vee \neg z \vee t) \wedge (\neg x \vee z \vee \neg t).$$

Ako postoji, naći bar jednu 4-kliku u tom grafu i njoj odgovarajuću valuaciju koja zadovoljava ϕ.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PETAK, 8.2.** U **12:30** (UČIONICA 60).