

ANALIZA ALGORITAMA (IV D)

6. JUN 2003.

1. Funkcija $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je definisana na sledeći način: $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, dok je za $x \geq 2$, $f(x)$ jednako zbiru kvadrata svih prostih faktora broja x . Dokazati da je $f(x)$ prosto rekurzivna funkcija.

2. a) Dokazati da je skup $A = \{m^2 + n^2 : m, n \in \mathbb{N}\}$ prosto rekurzivan. [10 poena]

b) Neka za prirodan broj x , $g(x)$ predstavlja broj načina da se broj x napiše kao zbir dva potpuna kvadrata, pri čemu se $x = m^2 + n^2$ i $x = n^2 + m^2$ ne posmatraju kao dva načina (drugim rečima, reč je o broju rešenja (a, b) jednačine $a^2 + b^2 = x$, tako da je $0 \leq a \leq b$). Na primer, $g(0) = 1$ (jer je $0 = 0^2 + 0^2$), zatim $g(7) = 0$ (jer se lako vidi da se 7 ne može nikako predstaviti kao zbir dva kvadata), dok je $g(25) = 2$ (jer je $25 = 0^2 + 5^2 = 3^2 + 4^2$). Dokazati da je $g(x)$ prosto rekurzivna funkcija. [15 poena]

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y) = ((2x)!)^{3^{y \lfloor \log_4(x+1) \rfloor}}.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x) = \lfloor \sqrt{x} \sqrt[3]{2} \rfloor.$$

RAD TRAJE 180 MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI 25 POENA.

REZULTATI: 9. JUN 2003. (PONEDELJAK) U 12.00

USMENI: 12. JUN 2003. (ČETVRTAK) U 10.15