

# I152: ANALIZA ALGORITAMA

29. JUN 2011.

1. Skup  $A$  se sastoji od svih prirodnih brojeva koji se mogu prikazati kao zbir tri (ne nužno različita) prosta broja sa *neparnim* indeksima (pri čemu je  $p_0 = 2, p_1 = 3, p_2 = 5, p_3 = 7, \dots$ ; dakle, prosti brojevi koji su "u igri" su  $3, 7, 13, \dots$ ). Na primer,  $13 \in A$  zato što je

$$13 = p_1 + p_1 + p_3 = 3 + 3 + 7.$$

Dokazati da je skup  $A$  prosto rekurzivan.

2. Za prirodan broj  $n \geq 2$  kažemo da je *ljubičast* ako postoji prost delilac  $p$  broja  $n$  takav da je  $\sqrt[4]{n} \leq p \leq \sqrt[3]{n}$ . Dokazati da je skup  $A \subseteq \mathbb{N}$  svih ljubičastih brojeva prosto rekurzivan.
3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja računa funkciju

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{(xy)!}{z+2} + \frac{z!}{xy+1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{x!}{yz+2} + \frac{(yz)!}{x+1} \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava NZD dva uneta prirodna broja  $a, b$ , sem u slučaju ako je  $(a, b) = (0, 0)$ , kada mašina vraća 0.
5. Nacrtati graf koji su dobija u redukciji problema SAT na problem klika u grafu za formulu

$$\varphi(x, y, z, t) = \neg t \wedge (x \vee \neg z) \wedge (\neg y \vee z \vee \neg t) \wedge (\neg x \vee \neg t).$$

RAD TRAJE **120** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **ČETVRTAK, 30. JUN U 11 ČASOVA.**