# B042: ANALIZA ALGORITAMA

I KOLOKVIJUM, 26. NOVEMBAR 2005.

**1.** Za dati prirodan broj $x \geq 2$, pretpostavimo da su svi njegovi delitelji poredjani u rastući niz:

$$1 = d_1 < d_2 < \ldots < d_{m-1} < d_m = x.$$

Formirajmo zbir $f(x)$ tako što ćemo sabrati *svaki drugi* broj u ovom nizu; drugim rečima, $f(x)$ je jednako $d_2 + d_4 + \ldots + d_{2k} + \ldots$ Osim toga, neka je $f(0) = f(1) = 0$. Dokazati da je $f$ prosto rekurzivna funkcija.

**2.** Kao što je poznato, svaki prirodan broj $n \geq 2$ se može na jednoznačan način rastaviti na proizvod prostih faktora

$$n = p_0^{\alpha_0} p_1^{\alpha_1} \ldots p_k^{\alpha_k} \ldots$$

Za broj $n \geq 2$ kažemo da je *snažan*, ako je bar jedan od eksponenata $\alpha_0, \alpha_1, \ldots$ ne manji od 10. Neka je $S$ skup svih snažnih brojeva. Dokazati da je $S$ prosto rekurzivan skup.

**3.** Neka su $k, M \geq 1$ proizvoljni prirodni brojevi, a $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ prosto rekurzivna funkcija sa osobinom da postoji prirodan broj $x_0$ takav da za sve $x \geq x_0$ važi nejednakost

$$M \cdot (f(x))^k \geq x.$$

Dokazati da je $A = \{f(x) : x \in \mathbb{N}\}$ prosto rekurzivan skup.

RAD TRAJE **90** MINUTA.

ZADACI 1,2 VREDE PO **10** POENA, DOK ZADATAK 3 VREDI **15** POENA.