

# C1Z11: ANALIZA ALGORITAMA

KOLOKVIJUM I, 24. NOVEMBAR 2007.

- [10] 1. Za dati prirodan broj  $n \geq 1$ , posmatrajmo sva njegova rastavljanja na proizvod dva broja:  $n = a \cdot b$ , pri čemu je  $a \leq b$  (uvek postoji bar jedno takvo rastavljanje, naime,  $n = 1 \cdot n$ ). Među svim opisanim rastavljanjima, uočimo ono kod kojeg je  $a$  najveće. Označimo odgovarajuće  $a$  sa  $\mathbf{amax}(n)$  (za  $n = 0$  definišemo  $\mathbf{amax}(0) = 0$ ). Dokazati da je  $\mathbf{amax}$  prosto rekurzivna funkcija.
- [10] 2. Za reč  $u$  nad nekom azbukom kažemo da je *podreč* reči  $w$  ukoliko postoje reči  $v_1, v_2$  (od kojih neke mogu biti i prazne) tako da je  $w = v_1 u v_2$ . Za dva prirodna broja  $x, y$  definišemo da je  $\mathbf{sw2}(x, y) = 1$  ako i samo ako je *binarni* zapis broja  $x$  podreč binarnog zapisa broja  $y$  (na primer, 10 je podreč od 11001, zbog čega je  $\mathbf{sw2}(2, 25) = 1$ ); u suprotnom je  $\mathbf{sw2}(x, y) = 0$ . Dokazati da je  $\mathbf{sw2}$  prosto rekurzivna funkcija.
- (*"Pomoć prijatelja"*: Pokušajte da najpre rešite verziju zadatka kada bi umesto reči "binarni" stajalo "decimalni" (mnogo je intuitivnije), a zatim uradite originalni zadatak po analogiji.)
- [10] 3. Za prirodan broj  $n$  kažemo da je *kvadratno slobodan* ako ne postoji prirodan broj  $k > 1$  tako da  $k^2 \mid n$ . Dokazati da je skup svih kvadratno slobodnih brojeva prosto rekurzivan.
- [5] 4. Objasniti razliku između neograničenog i ograničenog operatora minimalizacije. Ilustrovati objašnjenje primerom.

RAD TRAJE **120** MINUTA.

VREDNOST ZADATAKA JE NAZNAČENA PORED REDNIH BROJEVA.

REZULTATI ĆE BITI OBJAVLJENI U **PONEDELJAK, 26.11. U 16:15.**