

B042: ANALIZA ALGORITAMA

6. MAJ 2006.

- [20] 1. Neka $S(n)$ označava zbir cifara prirodnog broja n zapisanog u decimalnom sistemu.
- (a) Dokazati da je $S(n)$ prosto rekurzivna funkcija. [10 poena]
- (b) Broj m je loš ako se m ne može predstaviti u obliku $n + S(n)$ ni za jedan prirodan broj n . Dokazati da je skup svih loših brojeva prosto rekurzivan. [10 poena]

- [15] 2. Neka $\sigma(n)$ označava zbir svih delitelja prirodnog broja n . Za prirodan broj $m \geq 1$ kažemo da je jak, ako za sve $1 \leq k < m$ važi nejednakost

$$\frac{\sigma(k)}{k} < \frac{\sigma(m)}{m}.$$

Dokazati da je skup svih jakih brojeva prosto rekurzivan.

- [15] 3. Konstruisati Turingovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y) = x \cdot (10^y + 1) \cdot 10^{\lfloor \frac{(x+1)^y + 1}{x^2 + 2} \rfloor + y + 3}.$$

- [20] 4. Konstruisati Turingovu mašinu koja za dati broj n izračunava funkciju $S(n)$ iz prvog zadatka — zbir cifara od n u decimalnom zapisu.

- [30] 5. Dokazati sledeću teoremu: Neprazan skup $A \subseteq \mathbb{N}$ je rekurzivno nabrojiv ako i samo ako postoji prosto rekurzivna funkcija $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tako da je A slika ove funkcije, tj. $A = \{\varphi(n) : n \in \mathbb{N}\}$.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

VREDNOST ZADATAKA JE NAZNAČENA PORED REDNIH BROJEVA.

REZULTATI ĆE BITI OBJAVLJENI U **PONEDELJAK, 8.5. U 10:00.**

DISKUSIJA ISPITNOG ROKA, REŠAVANJE ŽALBI I UPISIVANJE OCENA ĆE SE ODRŽATI U **UTORAK, 16.5. U 11:15.**