

B042: ANALIZA ALGORITAMA

1. SEPTEMBAR 2006.

- [15] 1. Za date prirodne brojeve k, m , neka $f(k, m)$ označava ostatak pri deljenju broja

$$\underbrace{2^{2^{\dots^2}}}_{k+1 \text{ dvojkica}}$$

sa $m + 1$. Dokazati da je $f(k, m)$ prosto rekurzivna funkcija.

Pažnja! Podrazumeva se da je, na primer,

$$2^{2^{2^2}} = 2^{(2^{(2^2)})} = 2^{(2^4)} = 2^{16} = 65536,$$

a **ne** $2^{2^{2^2}} = ((2^2)^2)^2 = (2^4)^2 = 2^8 = 512$.

- [20] 2. Za dati prirodan broj n , neka $s(n)$ označava zbir cifara u decimalnom zapisu broja n .

(a) Dokazati da je $s(n)$ prosto rekurzivna funkcija. [10 poena]

(b) Broj k je *dobar* ako postoji prirodan broj n tako da važi

$$k = n + s(n).$$

Dokazati da je skup svih dobrih brojeva prosto rekurzivan. [10 poena]

- [15] 3. Konstruisati Turingovu mašinu koja za date prirodne brojeve x, y izračunava vrednosti funkcije

$$\text{NZD}(x, y)$$

u slučaju $x, y \geq 1$, dok u suprotnom ispisuje 0.

- [20] 4. Konstruisati Turingovu mašinu koja ispisuje 0 ako se dati broj x može predstaviti u obliku $x = 2^n 3^k$ za neke prirodne brojeve n, k takve da je $2^k n - 7$ potpun kvadrat, dok u suprotnom ispisuje 1.

- [30] 5. Opisati ([5 poena]) i analizirati ([25 poena]) Kraskalov algoritam za minimalna razapinjuća stabla u težinskom grafu.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

VREDNOST ZADATAKA JE NAZNAČENA PORED REDNIH BROJEVA.

REZULTATI ĆE BITI OBJAVLJENI U **PONEDELJAK, 4.9. U 11:00.**

UPISIVANJE OCENA, RAZMATRANJE ŽALBI I EVENTUALNI USMENI DEO ISPITA (ZA STUDENTE PO PROGRAMIMA PRE 2002. GODINE) JE ISTOG DANA U 11:15.