

I152: ANALIZA ALGORITAMA

2. SEPTEMBAR 2019.

1. Za dati prirodan broj n , $f(n)$ označava broj uredjenih parova (x, y) prirodnih brojeva koji predstavljaju rešenje jednačine

$$n = x^3 - y^3.$$

Pri tome još definišemo da je $f(0) = 0$. Dokazati da je f prosto rekurzivna funkcija.

2. Za prirodan broj kažemo da je *simpatičan* ako se (na bilo koji, bar jedan način) može prikazati kao zbir uzasptopnih različitih prostih brojeva. (Na primer, 10 je simpatičan broj, budući da je $10 = 2 + 3 + 5$, kao i $26 = 3 + 5 + 7 + 11$, ali, kao što se lako proverava, 14 to nije.) Dokazati da je skup svih simpatičnih prirodnih brojeva prosto rekurzivan.
3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \lfloor \log_2(xyz + 5) \rfloor + \left\lfloor \frac{xy + yz + zx + 3}{x + y + z + 2} \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dati prirodan broj n izračunava broj prostih brojeva p koji dele n i zadovoljavaju nejednakost $p > \lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor$.
5. Dat je težinski graf \mathcal{G} čiji su čvorovi $0, 1, \dots, 9$, a grana spaja svake dva čvora označena brojevima iste parnosti, sa izuzetkom čvora 0 koji je povezan sa svim drugim čvorovima. Težina grane koja spaja čvorove $i, j \in \{0, 1, \dots, 9\}$ je $|i^2 - j^2|$. Nacrtati ovaj graf, pa na njemu sprovesti Kraskalov, odnosno Jarnik-Primov algoritam.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPIS OCENA: **ČETVRTAK, 5.9.** U **12:15** (OGLASNA TABLA ISPRED UČ. 60).