

M147, M-16, M185: TEORIJA AUTOMATA

1. JUL 2019.

1. Neka je L konačan jezik nad azbukom Σ , i neka je $\ell = |L|$. Definišimo niz

$$a_n = |L^n|,$$

gde je $n \geq 1$.

- (a) Za koje vrednosti ℓ (odnosno, za koje konačne jezike L) niz (a_n) može biti konstantan, $a_n = \ell$ za sve $n \geq 1$?
- (b) Da li postoji konačan jezik L tako da je $a_n = \ell + n - 1$? Obrazložiti odgovor.
- (c) Ako su *sve* reči iz konačnog jezika L iste dužine, izraziti a_n u zavisnosti od ℓ i n .
2. (a) Neka je M komutativan ($xy = yx$) i idempotentan ($x^2 = x$) monoid generisan sa neka tri svoja elementa (npr. $M = \langle a, b, c \rangle$). Dokazati da M ne može imati više od 8 elemenata.
- (b) Dati primer komutativnog i idempotentnog monoida M generisanog sa tri elementa koji ima *tačno* 8 elemenata.
- (c) Konstruisati poluautomat \mathcal{A} nad troelementnom azbukom takav da je $M(\mathcal{A})$ izomorfan 8-elementnom monoidu iz tačke (b).
3. Konstruisati DKA čiji se jezik sastoji od svih reči nad azbukom $\{0, 1\}$ koje sadrže tri uzastopne nule, ali ne sadrže tri uzastopne jedinice.
4. Da li je jezik

$$L = \{a^m b^n : m, n \geq 0 \text{ i } m - n = k^2 \text{ za neko } k \geq 0\}$$

regularan? Obrazložiti odgovor.

Specijalni junski bonus! Umesto bilo kojeg od zadataka 1.–4., po želji se može raditi sledeći zadatak.

5. Neka je $L \subseteq \{a\}^*$ regularan jezik, i neka je $L = \{w_n : n \geq 1\}$ neka enumeracija elemenata jezika L . Da li je jezik

$$L' = \{w_{2n} : n \geq 1\}$$

nužno regularan? Obrazložiti odgovor. (Ako je odgovor "da", dokazati ga, a ako je odgovor "ne" navesti primer regularnog jezika L i enumeracije njegovih elemenata tako da L' nije regularan jezik.)

RAD TRAJE **180+** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **10** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **ONLINE (Skype); PO DOGOVORU.**