UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
DEPARTMAN ZA MATEMATIKU I INFORMATIKU

Mirko Dražić

Optimizacija algoritamskih strategija trgovanja vođena režimom tržišta

- Master rad -

Novi Sad, 2018.

Sadržaj

Popis tabela

Popis slika

Predgovor

"Ništa ne čini čoveka tako srećnim kao pošteno uverenje da je dao sve od sebe."

Mihajlo Pupin (1858 - 1935) - srpski naučnik i pronalazač

Moderna današnjica podrazumeva veliki protok informacija, koje nam u svakom trenutku pristižu sa raznih strana, i sve ih je teže ispratiti. Pravovremeno i analitičko razmišljanje nam pomaže da uključimo sve faktore u obzir, prihvatimo sve informacije i donesemo adekvatne odluke, kako u svakodnevnom životu, tako i u poslu. Tokom studija matematike stalno se susrećemo sa problemima koje pokušavamo da rešimo, i rešavajući ih, često ne shvatamo koliki to uticaj ima na nas i na naš način razmišljanja. Mogućnost sagledavanja problema iz više različitih uglova, analiza i pristupanje njegovom rešavanju, a zatim i sam dokaz opravdanosti rešenja predstavljaju samo deo veština koje izučavanje matematike razvija kod nas.

U skupu mnogobrojnih problema koji mogu da se posmatraju kroz svet matematike i njene primene, u meni je najveće interesovanje probudila primena matematike u finansijskom sektoru, pre svega u trgovanju na finansijskim tržištima. Ono što predstavlja najveći izazov na ovom polju jesu upravo velike količine informacija, brzina njihovog pristizanja, obrađivanja, predviđanje i delovanje u skladu sa njima. Upravo zbog toga je od velikog značaja detaljna i raznolika analiza podataka, njihovih uticaja i značenja, jer mala komparativna prednost u ovom sektoru može da znači veliki dobitak.

Rad se bavi analizom ponašanja učesnika koji se nalaze na kupovnoj strani finansijskog tržišta i koriste algoritamsko trgovanje, kao najmoderniji vid trgovanja. Ovaj vid trgovanja je danas sveprisutan zbog brojnih prednosti koje donosi svojim korisnicima, kako u uštedi vremena i troškova, tako i u samoj uspešnosti trgovanja. Osnovni cilj učesnika je da prilagodi algoritam kretanjima i uslovima koji vladaju na tržištu, kako bi ostvario što bolje rezultate. Kretanje cene određenog finansijskog instrumenta zavisi od brojnih faktora i može da bude pozitivno ili negativno iz ugla učesnika, samim tim on mora da prilagodi svoje aktivnosti – kupovinu, a jedan od pristupa ovoj problematici upravo je tema istraživačkog dela ovog rada.

Prvo poglavlje master rada pruža kratak uvid u matematičke definicije, teoreme i algoritme koja se nalazi iza alata korišćenih u toku izrade master rada.

Drugo poglavlje daje uvid u samo funkcionisanje finansijskih tržišta, njihove karakteristike i mehanizme trgovanja koji vladaju na njima. Takođe u sklopu ovog poglavlja objašnjene su i različite vrste naloga koje se koriste u procesu trgovanja kao i posledice njihovih izdavanja.

Algoritamsko trgovanje, njegove osnovne prednosti i kategorizacija algoritama deo su trećeg poglavlja. Dve najveće grupe algoritama, algoritmi koji prate referentnu vrednost i algoritmi koji minimiziraju transakcione troškove su detaljnije opisani u okviru ovog poglavlja, kao i njihove podgrupe, ali i moguće varijacije koje se danas sve češće susreću.

Četvrto poglavlje se bavi istraživačkom analizom korišćenog skupa podataka, definiciji tržišnih režima koji kasnije igraju bitnu ulogu u diktiranju ponašanja algoritama koji izvršavaju tržišne naloge. Poglavlje takođe sadrži i detaljno opisanu kreaciju novih parametara koji takođe imaju veliku važnost u odabranim strategijama algoritama.

Poslednje, peto poglavlje sadrži detaljan opis strategija algoritama koji se posmatraju, u zavisnosti od unapred definisanih tržišnih režima i parametara. Definišu se dve algoritamske strategije trgovanja čija je osnovna razlika prisustvo specijalno definisane funkcije sigmoida koja direktno određuje stopu učešća jednog od algoritama. Osnovni cilj istraživanja jeste kalibracija date funkcije sigmoida na istorijskim podacima koristeći modifikovan gradijentni metod sa slučajnom inicijalizacijom, i nakon toga testiranje ponašanja datih algoritama na test skupu podataka, čiji je zadatak da nepristrasno proceni značaj i opravdanost funkcije sigmoida.

Bilo je pravo uživanje i privilegija studirati i provoditi vreme u okviru jednog od temelja Univerziteta u Novom Sadu, departmana za matematiku i informatiku.

Osećam zahvalnost prema svim svojim profesorima i asistentima koji su doprineli mom obrazovanju i upoznali me sa prelepim svetom matematike.

Zahvalnost dugujem i profesorki Sandri Popović na uloženom naporu da me motiviše, uprkos mojoj nezainteresovanosti tokom srednje škole.

Takođe se zahvaljujem i dr. Miles Kumaresan-u na vrednoj pomoći i savetima tokom izrade ovog rada i suočavanja sa problemima.

Posebnu zahvalnost dugujem svojoj mentorki, prof. dr Nataši Krejić za svo uloženo vreme, preneseno znanje, savete, iskrenost, strpljenje i podršku.

Najveću zahvalnost dugujem sestrama Tamari i Smiljki, devojci Ani i svojim roditeljima na bezuslovnoj podršci.

1 Pregled osnovnih definicija i teorema

Posmatramo opšti problem nelinearnog programiranja

$$\min_{x \in S} f(x)$$

gde su $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ i $S \subset \mathbb{R}^n$. Skup S se naziva dopustivi skup. Razlikujemo dve vrste rešenja ovog problema:

Definicija 1.1. *Tačka x^* je lokalni minimizator funkcije f u S ako i samo ako postoji $\epsilon > 0$ tako da je $f(x) \geq f(x^*)$ za sve $x \in S$ za koje je $\|x - x^*\| < \epsilon$. Ako je $f(x) > f(x^*)$ za sve $x \in S$ za koje je $x \neq x^*$ i $\|x - x^*\| < \epsilon$, kažemo da je x^* striktni lokalni minimizator.*

Definicija 1.2. *Tačka x^* je globalni minimizator funkcije f u S ako i samo ako je $f(x) \geq f(x^*)$ za sve $x \in S$. Ako je $f(x) > f(x^*)$ za sve $x \in S$ za koje je $x \neq x^*$, kažemo da je x^* striktni globalni minimizator u S.*

Analogno se definišu i globalni i lokalni maksimizator. Obzirom da je minimizacija funkcije f problem ekvivalentan maksimizaciji funkcije $-f$, u nastavku je fokus na minimizaciji funkcija.

Teorema 1.1. *(Bolzano-Weierstrass) Realna neprekidna funkcija f, definisana na zatvorenom i ograničenom skupu $S \subset \mathbb{R}^n$, ima globalni minimum na S*

Sada posmatramo problem nelinearnog programiranja bez ograničenja, tj. slučaj kada je $S = \mathbb{R}^n$.

Teorema 1.2. *Neka je $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f \in C^1$. Ako je x^* lokalni minimizator funkcije f na $\mathbb{R}$, onda je $f'(x^*) = 0$*

Teorema 1.3. *Neka je $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f \in C^2$. Ako je x^* lokalni minimizator funkcije f na $\mathbb{R}$, onda važi:*

- $f'(x^*) = 0$
- $f''(x^*) > 0$

Teorema 1.4. *Neka je $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f \in C^1$. Ako je x^* lokalni minimum funkcije f na $\mathbb{R}^n$, onda je $\nabla f(x^*) = 0$*

Dokaz. Fiksiramo proizvoljno $d \in \mathbb{R}^n$ i posmatramo funkciju $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisanu sa

$$\phi(\lambda) = f(x^* + \lambda d)$$

Kako je x^* lokalni minimizator funkcije f onda je $\lambda = 0$ lokalni minimizator funkcije ϕ. Dakle, na osnovu Teoreme 1.2. znamo da je $\phi'(0) = 0$. Koristeći pravilo za izvod složene funkcije, dobijamo:

$$\phi'(\lambda) = \frac{d}{d\lambda}(f(x^* + \lambda d)) = \nabla^T f(x^* + \lambda d)d$$

Kada ubacimo $\lambda = 0$ sledi da je

$$0 = \phi'(0) = \nabla^T f(x^*)d$$

S obzirom da je $d \in \mathbb{R}^n$ proizvoljan vektor, izvedena jednakost povlači da je $\nabla^T f(x^*)$ vektor ortogonalan na sve vektore u prostoru $\mathbb{R}^n$, pa mora biti nula vektor, tj.

$$\nabla^T f(x^*) = 0$$

$\square$

Teorema 1.5. *Neka je $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f \in C^2$. Ako je x^* lokalni minimizator funkcije f na $\mathbb{R}^n$, onda važi:*

- $\nabla f(x^*) = 0$
- *Hesijan $\nabla^2 f(x^*)$ je pozitivno definitna matrica*

Dokaz. Prvi deo sledi na osnovu Teoreme 1.4. Da bi pokazali drugi deo, ponovo posmatramo funkciju $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Na osnovu teoreme 1.3. sledi $\phi''(0) > 0$. Dalje, koristeći pravilo za izvod složene funkcije dobijamo:

$$\phi''(\lambda) = \frac{d}{d\lambda}\left(\nabla^T f(x^* + \lambda d)d\right) = d^T \nabla^2 f(x^* + \lambda d)d$$

drugim rečima, imamo da je

$$d^T \nabla^2 f(x^*)d \geq 0$$

Kako je d proizvoljan vektor iz $\mathbb{R}^n$ po definiciji sledi da je $\nabla^2 f(x^*)$ pozitivno definitna matrica.

$\square$

Teorema 1.6. *Neka je $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f \in C^2$. Ako je $x^* \in \mathbb{R}^n$ takvo da je $\nabla f(x^*) = 0$ i $\nabla^2 f(x^*) > 0$, onda je x^* striktni lokalni minimizator funkcije f na $\mathbb{R}^n$.*

Dokaz. Definišimo skup $B = \{h \in \mathbb{R}^n : \|h\| = 1\}$. Posmatrajmo funkciju $\Gamma : B \to \mathbb{R}$ datu sa

$$\Gamma(h) = h^T \nabla^2 f(x^*)h$$

Γ je neprekidna funkcija, a skup B ograničen i zatvoren, pa Γ zbog Teoreme 1.1 dostiže minimum na B. Neka je dalje a vrednost minimuma funkcije Γ, drugim rečima neka važi:

$$\forall h \in B \quad \Gamma(h) \geq a > 0$$

Dalje posmatramo proizvoljno $d \in \mathbb{R}^n$, $d \neq 0$. Iz $\frac{d}{\|d\|} \in B$, sledi:

$$d^T \nabla^2 f(x^*)d \geq a\|d\|^2 \tag{1.1}$$

Ukoliko razvijemo funkciju f u Tejlorov red u okolini x^*, dobijamo:

$$f(x^* + d) - f(x^*) = \nabla^T f(x^*)d + \frac{1}{2}d^T \nabla^2 f(x^*)d + O\big(\|d\|^2\big) \tag{1.2}$$

Kako je na osnovu pretpostavke Teoreme $\nabla f(x^*) = 0$, tako iz (1.2) sledi

$$f(x^* + d) - f(x^*) = \frac{1}{2}d^T \nabla^2 f(x^*)d + O\big(\|d\|^2\big) \geq \frac{1}{2}a\|d\|^2 + O\big(\|d\|^2\big)$$

Ova nejednakost povlači da je za sve $\|d\|$ dovoljno male, znak zbira sa desne strane nejednakosti određen znakom prvog sabirka. Sa druge strane, znamo da je:

$$\frac{1}{2}a\|d\|^2 \geq 0$$

Dakle, postoji $\epsilon > 0$ tako da za sve $\|d\|$ dovoljno male, recimo $0 < \|d\| < \epsilon$, važi:

$$f(x^* + d) - f(x^*) > 0$$

tj.

$$f(x^* + d) > f(x^*)$$

Dakle, zaključujemo da $\forall x \in B(x^*, \epsilon), x \neq x^*$ važi $f(x) > f(x^*)$. To po definiciji znači da je x^* striktni lokalni minimizator funkcije f. □

Konveksnost

Prethodna tvrđenja korisna su u karakterizaciji lokalnih minimizatora funkcije. Sada ćemo se upoznati sa jednom specijalnom klasom funkcija, čiji je lokalni minimizator ujedno i globalni, što naravno ne važi u opštem slučaju.

Definicija 1.3. *Podskup $S \in \mathbb{R}^n$ je konveksan ako i samo ako za sve $x, y \in S$ i za sve $\lambda \in [0, 1]$ važi*

$$\lambda x + (1 - \lambda)y \in S$$

Definicija 1.4. *Funkcija f definisana na konveksnom skupu S je konveksna ako i samo ako za sve $x, y \in S$ i za sve $\lambda \in [0, 1]$ važi*

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

Ako, dodatno, za sve $\lambda \in (0, 1)$ i $x \neq y$ važi

$$f(\lambda x + (1 - \lambda)y) < \lambda f(x) + (1 - \lambda)f(y)$$

tada kažemo da je f strogo konveksna.

Teorema 1.7. *Neka je $f \in C^1$. Funkcija f je konveksna na konveksnom skupu S ako i samo ako za sve $x, y \in S$ važi:*

$$f(y) \geq f(x) + \nabla^T f(x)(y - x)$$

Teorema 1.8. *Neka je $f \in C^2$ i neka je $S \in \mathbb{R}^n$ konveksan skup sa nepraznom unutrašnjošću. Funkcija f je konveksna na konveksnom skupu S ako i samo ako za sve $x \in S$ važi:*

$$\nabla^2 f(x) \geq 0$$

Teorema 1.9. *Neka je f konveksna funkcija definisana na konveksnom skupu S. Tada važi:*

(i) Skup $\Gamma \subset S$ na kom funkcija f uzima minimalnu vrednost je konveksan

(ii) Svaki lokalni minimum funkcije f je i globalni minimum funkcije f.

Teorema 1.10. *Neka je $f \in C^1$ konveksna funkcija definisana na konveksnom skupu S. Ako postoji x^* takvo da za sve $y \in S$ važi:*

$$\nabla^T f(x^*)(y - x^*) \geq 0$$

onda je x^* globalni minimizator funkcije na S.

Opadajući pravci

Za sve $x \in \mathbb{R}^n$ takve da je $\nabla f(x) \neq 0$ znamo, na osnovu Teoreme 1.4. da x nije lokalni minimizator funkcije f u $\mathbb{R}^n$. To znači da u svakoj okolini tačke x postoji $z \in \mathbb{R}^n$ takvo da je $f(z) < f(x)$.

Sledi karakterizacija pravaca koji sadrže tačku x (vektore koji počinju u x) po kojima je moguće pronaći tačku $z \in \mathbb{R}^n$ takvu da je $f(z) < f(x)$.

Teorema 1.11. *Neka je $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f \in C^1$, $x \in \mathbb{R}^n$ tako da važi $\nabla f(x) \neq 0$ i $d \in \mathbb{R}^n$ vektor za koji važi $\nabla^T f(x)d < 0$. Tada postoji $\overline{\alpha} > 0$ takvo da je*

$$\forall \alpha \in (0, \overline{\alpha}) \quad f(x + \alpha d) < f(x)$$

Dokaz. Posmatrajmo funkciju $\phi(\alpha) = f(x + \alpha d)$. Očigledno je $\phi(0) = f(\alpha)$ i na osnovu izvoda složene funkcije imamo da važi:

$$\phi'(0) = \nabla^T f(x)d$$

Dalje, kako je

$$\phi'(0) = \lim_{\alpha \to \infty} \frac{\phi(\alpha) - \phi(0)}{\alpha}$$

imamo da za neko $\overline{\alpha}$ dovoljno malo i sve α takvo da $0 < \alpha < \overline{\alpha}$, znaci $\phi'(0)$ i razlike $\phi(\alpha) - \phi(0)$ moraju biti isti. Sa druge strane, znamo da je po pretpostavci teoreme $\phi'(0) = \nabla^T f(x)d < 0$ što povlači da je

$$\phi(\alpha) - \phi(0) < 0 \quad \forall \alpha, 0 < \alpha < \overline{\alpha}$$

odnosno, što i zaključuje dokaz:

$$f(x + \alpha d) < f(x) \quad \forall \alpha, 0 < \alpha < \overline{\alpha}$$

□

Teorema 1.11 pokazuje da za dati pravac $d \in \mathbb{R}^n$ sa osobinom $\nabla^T f(x)d < 0$, postoje tačke na tom pravcu takve da je vrednost funkcije f u tim tačkama manja u odnosu na $f(x)$. Takve pravce nazivamo opadajućim pravcima od tačke x, i na njima se zasniva ideja algoritma koji sledi. Posmatrajmo x^* rešenje problema

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x)$$

i posmatrajmo x^k aproksimaciju rešenja x^* za koju je $\nabla f(x^k) \neq 0$. Narednu aproksimaciju x^{k+1} određujemo pomoću sledećeg algoritma:

Algoritam 1.1. • *Korak 1: Izabrati $d_k \in \mathbb{R}^n$ takvo da je*

$$\nabla^T f(x^k) d_k < 0$$

- *Korak 2: Odrediti dužinu koraka λ_k tako da je*

$$f(x^k + \lambda_k d_k) < f(x^k)$$

- *Korak 3: Nova aproksimacija je*

$$x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$$

Opisani postupak se završava ako za neko x^{k_0} dobijemo $\nabla f(x^{k_0}) = 0$. U tom slučaju je x^{k_0} stacionarna tačka i korak 1 algoritma se više ne može izvršiti. Takodje, uslov $\nabla f(x^k) = 0$ je potreban ali ne i dovoljan da bi x^k bilo rešenje problema, pa nam ovaj postupak omogućava samo da otkrijemo kandidate za rešenje posmatranog problema.

U praksi je realnija mogućnost da se postupak definisan algoritmom nastavi beskonačno mnogo puta bez dostizanja tačke x^k takve da je $\nabla f(x^k) = 0$, što znači da će algoritam generisati beskonačan niz $\{x^k\}$ u $\mathbb{R}^n$, i tada nas zanimaju sledeća pitanja:

1. Da li postoji $\lim_{k\to\infty} x^k$?
2. Ako postoji $x^* = \lim_{k\to\infty} x^k$ možemo li biti sigurni da važi jedan od sledećih uslova:
   - x^* je rešenje posmatranog problema
   - x^* je stacionarna tačka

Sledi primer koji pokazuje da je odgovor na drugo pitanje negativan.

Primer 1.1. *Očigledno je da Algoritam 1.1. generiše niz $\{x^k\}$ takav da je niz realnih brojeva $\{f(x^k)\}$ monotono opadajući. Posmatrajmo funkciju $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definisanu sa $f(x) = x^2$. Jedinstveni minimizator ove funkcije je $x^* = 0$. Niz $\{x^k\}$ definisan sa*

$$x^k = 1 + \frac{1}{k} \quad , \quad k \geq 1$$

može biti generisan algoritmom 1.1. jer je

$$f(x^{k+1}) = \big(1 + \frac{1}{k+1}\big)^2 < \big(1 + \frac{1}{k}\big)^2 = f\big(x^k\big)$$

Sa druge strane je $\lim_{k\to\infty} x^k = 1$

Dakle, javlja se potreba za modifikacijom algoritma u cilju izbegavanja ovakvih situacija. U ovom konkretnom primeru niz vrednosti funkcije $\{f(x^k)\}$ je opadajući ali je razlika izmedju dva uzastopna člana suviše mala, što uostalom važi i za rastojanje između članova niza $\{x^k\}$, čija razlika $x^{k+1} - x^k = \frac{1}{k^2+k}$ jako brzo konvergira ka 0. Sa druge strane, ovaj primer ne treba da nas zavara, jer opadanje vrednosti funkcije može biti jako malo i u slučaju kada je rastojanje uzastopnih članova niza $\{x^k\}$ veliko. Za primer uzmimo istu funkciju kao maločas, i niz $\{x^k\}$ definisan sa

$$x^k = (-1)^k(1 + \frac{1}{k}) \quad , \quad k \geq 1$$

Tada opet imamo da je

$$f(x^{k+1}) = \Big(\big(-1\big)^{k+1}(1 + \frac{1}{k+1})\Big)^2 = \big(1 + \frac{1}{k+1}\big)^2 < \big(1 + \frac{1}{k}\big)^2 = \Big(\big(-1\big)^k(1 + \frac{1}{k})\Big)^2 = f(x^k)$$

Još jedna od opasnosti je situacija u kojoj je d_k kvazi ortogonalan pravac na $\nabla f(x^k)$, jer je tada takođe pad vrednosti funkcije po pravcu d_k veoma mali.

Globalno konvergentan algoritam

Da bi eliminisali pravce koji suviše brzo teže ka nuli, zahtevamo da za neku konstantu σ važi:

$$\|d_k\| \geq \sigma\Big\|\nabla f(x^k)\Big\| \quad , k \in \mathbb{N} \quad , \sigma > 0$$

U cilju eliminacije dugačkih pravaca duž kojih dobijamo jako mala smanjenja vrednosti funkcije, namećemo zahtev linijskom pretraživanju koji λ_k mora da ispunjava za neku konstantu α:

$$f(x^k + \lambda_k d_k) < f(x^k) + \alpha\nabla^T f(x^k)\lambda_k d_k \quad , \ k \in \mathbb{N} \quad , \ \alpha \in (0,1)$$

Ovaj uslov se naziva Armijo-v uslov, i zapravo znači da je opadanje vrednosti funkcije proporcionalno dužini koraka. Štaviše, kako je d_k opadajući pravac, važi da je $\alpha\nabla^T f(x^k)\lambda_k d_k < 0$, pa stoga ovaj uslov zapravo zahteva nešto više od proizvoljnog smanjenja vrednostu funkcije. Da bi sprečili pravce kvazi ortogonalne na $\nabla^T f(x^k)$, zahtevamo da za datu konstantu $\theta \in (0,1)$ važi:

$$\nabla^T f(x^k) d_k \leq -\theta\Big\|\nabla f(x^k)\Big\|\|d_k\| \quad , k \in \mathbb{N}$$

Sada označimo sa β ugao između vektora $\nabla f(x^k)$ i d_k, znamo:

$$\cos\beta = \frac{\nabla^T f(x^k) d_k}{\Big\|\nabla f(x^k)\Big\|\|d_k\|}$$

Dakle, nametnuta nejednakost zahteva

$$\cos\beta \leq -\theta$$

Konačno, ako sa $\overline{\beta}$ označimo ugao takav da je $\cos\overline{\beta} = -\theta$, onda se pravac d_k bira tako da sa $\nabla f(x^k)$ zaklapa ugao veći od $\overline{\beta}$.

Algoritam 1.2. *Neka su date konstante $\sigma > 0$, $\alpha, \theta \in (0,1)$. Neka je $x^k \in \mathbb{R}^n$ takvo da je* $\nabla f(x^k) \neq 0$.

- *Korak 1: Izabrati $d_k \in \mathbb{R}^n$ takvo da je:*
  - *(i)* $\|d_k\| \geq \sigma \left\| \nabla f(x^k) \right\|$
  - *(ii)* $\nabla^T f(x^k) d_k < -\theta \left\| \nabla f(x^k) \right\| \|d_k\|$
- *Korak 2: (Linijsko pretraživanje)*
  - *(i)* $\lambda = 1$
  - *(ii) Ako je $f(x^k + \lambda d_k) < f(x^k) + \alpha \nabla^T f(x^k) \lambda d_k$ idi na (iv)*
  - *(iii) Izabrati $\overline{\lambda} \in [0.1\lambda, 0.9\lambda]$, uzeti $\lambda = \overline{\lambda}$ i ići na (ii)*
  - *(iv)* $\lambda_k = \lambda$, $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$

Teorema 1.12. *(Globalna konvergencija) Algoritam 1.2 se zaustavlja ukoliko je za neko k dobijeno x^k tako da je $\nabla f(x^k) = 0$, ili generiše beskonačan niz $\{x^k\}$ takav da je svaka tačka nagomilavanja tog niza stacionarna tačka funkcije f.*

Dokaz. Ako postoji k tako da je $\nabla f(x^k) = 0$ teorema je dokazana. U suprotnom, označimo sa x^* proizvoljnu tačku nagolimavanja niza $\{x^k\}$ i neka je $\{x^k\}_{k \in L}$ podniz niza $\{x^k\}$ takav da je

$$\lim_{k \in L} x^k = x^*$$

Znamo da je $\nabla f(x^k) \neq 0$ i $\nabla^T f(x^k) d_k < 0$, $k \in L$
Pretpostavimo suprotno, da je $\left\| \nabla f(x^*) \right\| \geq \epsilon > 0$ pa je onda i $\left\| \nabla f(x^k) \right\| \geq \epsilon$, $k \in L$.
Kako je $\lim_{k \in L}(x^{k+1} - x^k) = 0$, sledi da je

$$\liminf_{k \in L} \lambda_k d_k = 0$$

Iz uslova $\|d_k\| \geq \sigma \left\| \nabla f(x^k) \right\|$ sledi $\|d_k\| \geq \sigma \cdot \epsilon$ pa imamo

$$\liminf_{k \in L} \lambda_k = 0$$

Neka je $\overline{\lambda_k}$ ona vrednost koraka koja neposredno prethodi vrednosti λ_k. Tada znamo da je

$$f(x^k + \overline{\lambda_k} d_k) \geq f(x^k) + \alpha \nabla^T f(x^k) \overline{\lambda_k} d_k$$

odnosno

$$f(x^k + \overline{\lambda_k} d_k) - f(x^k) \geq \alpha \nabla^T f(x^k) \overline{\lambda_k} d_k$$

i na kraju

$$\lim_{\overline{\lambda_k}\to\infty} \frac{f(x^k + \overline{\lambda_k} d_k) - f(x^k)}{\overline{\lambda_k}} \geq \alpha \nabla^T f(x^k) d_k$$

što povlači

$$\nabla^T f(x^k) d_k \geq \alpha \nabla^T f(x^k) d_k$$

tj.

$$(1-\alpha)\nabla^T f(x^k) d_k \geq 0$$

što je kontradikcija jer je $\alpha \in (0,1)$, a $\nabla^T f(x^k) d_k \leq 0$. Dakle $\left\|\nabla f(x^*)\right\| = 0$. □

Definicija 1.5. *(Red konvergencije) Pretpostavimo da niz $\{x^k\}$ konvergira ka x^*. Kažemo da je konvergencija $\{x^k\} \to x^*$:*

- *linearna ako postoji kostanta $\alpha \in (0,1)$ tako da važi:*

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\left\|x^{k+1} - x^*\right\|}{\left\|x^k - x^*\right\|} = \alpha$$

- *superlinearna ako važi:*

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\left\|x^{k+1} - x^*\right\|}{\left\|x^k - x^*\right\|} = 0$$

- *reda $q > 1$ ako za neko $M > 0$ važi:*

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\left\|x^{k+1} - x^*\right\|}{\left\|x^k - x^*\right\|^q} < M$$

  Takođe, q se naziva red konvergencije. Posebno, za $q = 2$ radi se o kvadratnoj, a za $q = 3$ kubnoj konvergenciji.

U slučaju izbora vektora $d_k = -\nabla f(x^k)$, dobijamo gradijentni metod, i tada su uslovi (i) i (ii) u Algoritmu 1.2 trivijalno ispunjeni.

Algoritam 1.3. *Neka je $x^k \in \mathbb{R}^n$ takvo da je $\nabla f(x^k) \neq 0$*

- *Korak 1: Izračunati $d_k = -\nabla f(x^k)$*
- *Korak 2: (Tačno linijsko pretraživanje) Odrediti λ_k kao*

$$\lambda_k = \arg\min_{\lambda > 0} f(x^k + \lambda d_k)$$

- *Korak 3: $x^{k+1} = x^k + \lambda_k d_k$*

Teorema 1.13. *Neka je $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ kvadratna funkcija takva da je matrica hesijana G pozitivno definitna. Neka je x^* globalni minimizator funkcije f. Za proizvoljno $x^0 \in \mathbb{R}^n$ algoritam 1.3 generiše niz $\{x^k\}$ takav da važi:*

(i) $\lim_{n\to\infty} x^k = x^*$

(ii) $\lim_{n\to\infty} f(x^k) = f(x^*)$

(iii) $f(x^{k+1}) - f(x^*) \leq \left(\frac{A-a}{A+a}\right)^2 (f(x^k) - f(x^*))$ *gde su A i a respektivno najveći i najmanji karakteristični koreni hesijana G.*

Teorema 1.14. *Neka je $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $f \in C^2$, i neka je x^* tačka lokalnog minimuma funkcije f takva da je hesijan $\nabla^2 f(x^*)$ pozitivno definitna matrica. Ako je algoritam 1.3 dobro definisan za sve $k \in \mathbb{N}$ i ako generiše niz $\{x^k\}$ koji je konvergentan sa granicom x^*, onda i niz $\{f(x^k)\}$ konvergira linearno ka $\{f(x^*)\}$ sa konstantom konvergencije ne većom od $\left(\frac{A-a}{A+a}\right)^2$ gde su A i a respektivno najveći i najmanji karakteristični koreni hesijana $\nabla f(x^*)$.*

2 Mikrostruktura tržišta

Mikrostruktura tržišta je posvećena proučavanju finansijskih tržišta, načina njihovog funkcionisanja i samom procesu trgovanja. Omogućava razumevanje procesa formiranja cene, likvidnosti na tržištu, kao i kretanje cena sa pojavom novih informacija i konkurentnih naloga učesnika.

2.1 Osnovni pojmovi

Osnovna funkcija tržišta jeste da omogući razmenu, tj. trgovinu između učesnika. Tržište se može definisati i kao mesto na kojem različiti učesnici sklapaju trgovinu, ponekad uz pomoć posrednika, tj. dilera i brokera koji olakšavaju proces trgovanja.

Razlikujemo dve osnove vrste tržišta kapitala koje se zasnivaju na dve faze životnog ciklusa imovine, tzv. primarno i sekundarno tržište [1]. Trgovina novoizdatim hartijama od vrednosti vrši se na primarnom tržištu, a sekundarna tržišta se bave njihovom kasnijom trgovinom.

U centru analize mikrostrukture tržišta nalazi se efikasnost sekundarnih tržišta, jer su upravo ona od vitalnog značaja za investitore prilikom obezbeđivanja neophodnog kapitala. Jedan od glavnih ciljeva investitora jeste mogućnost lake trgovine svojom imovinom, tj. fleksibilnost, kako bi mogli da povuku svoj kapital kada im je potreban, ili da ga rasporede između drugih finansijskih instrumenata.

Kada je reč o akcijama, primarno tržište se uglavnom bavi inicijalnim javnim ponudama (engl. *initial public offerings*-IPO), dok su glavna sekundarna tržišta berze. U današnje vreme postoji sve veća potreba za takmičenjem sa drugim "mestima" kao što su ECN[1] i ATS[2]. ATS je sistem trgovanja koji nije regulisan kao berza, ali predstavlja okruženje povezivanja kupovnih i prodajnih naloga, koje je sve popularnije širom sveta. ECN je još jedan vid automatskog sistema povezivanja kupovnih i prodajnih naloga. Ovaj sistem povezuje velike "brokere" i individualne trejdere kako bi mogli da uspostave direktnu trgovinu i olakšava trgovinu između investitora koji su fizički udaljeni.

U procesu trgovine razlikujemo dve strane, kupovnu (engl. *buy side*), koja predstavlja tradicionalne kupce, tj. institucije i individualne investitore, i prodajnu stranu (engl. *sell side*) čiji su predstavnici brokeri, dileri i drugi posrednici. Kada firma posluje na tržištu u ulozi brokera, to zapravo znači da posluje kao agent svog klijenta, izvršava klijentove naloge, a svoju zaradu ostvaruje kroz proviziju koju joj klijent isplaćuje. Sa druge strane firma koja ima ulogu dilera (kreatora tržišta) kada učestvuje u trgovini tako što zauzima kontra stranu u odnosu na svog klijenta. Ukoliko klijent izda prodajni nalog, diler će kupiti određene finansijske intrumente, a ukoliko klijent izda kupovni nalog, diler se pojavljuje u ulozi prodavca, tačnije diler posluje za

[1] Electronic communication network

[2] Alternative trading system

svoj račun. Zarada dilera se ogleda u razlici koju ostvari prilikom prodaje i kupovine finansijkih instrumenata od svojih klijenata.

Špekulanti trguju nezavisno od ostalih učesnika. Predmet njihove trgovine su uglavnom instrumenti sa višim rizikom od prosečnog, a samim tim i sa prosečno višim potencijalnim profitom. Oni prihvataju visok stepen rizika sa željom da ostvare visok profit. Obično su špekulanti sofisticirani investitori skloni riziku, koji su uglavnom eksperti na tržištima na kojima aktivno učestvuju, pri čemu najčešće koriste opcije i fjučerse (engl. *options and futures*).

Učesnike na tržištu razlikujemo i u odnosu na informacije koje poseduju [1]:

- Informisani učenisnici (engl. *Informed traders*) - poseduju odgovarajuće privatne informacije, koje im dozvoljavaju da bolje procene vrednost određenog finansijskog instrumenta.
- Trgovci likvidnošću (engl. *Liquidity traders*) - trguju u cilju zadovoljavaja određenih zahteva, npr. 'oslobađanja' kapitala.

Posmatrajući na duže staze, informisani trejderi najčešće pobeđuju trgovce likvidnošću, osim u slučaju kada privatne informacije 'procure' i postanu dostupne i drugim učesnicima. Zbog toga se informisani učesnici često trude da ostanu anonimni, ili čak i da prilagode svoje aktivnosti kako bi ličile na aktivnosti svojih konkurenata. Informisani trejderi mogu da trguju i kao trgovci likvidnošću, kada trguju sa nekim ko ima relevantnije informacije od njih samih. Ovo upućuje na činjenicu da se nikad ne treba striktno pridržavati podela među učesnicima.

Pored ove dve podele, razlikujemo i aktivne i pasivne učesnike. Prvi zahtevaju momentalno izvršenje svojih naloga i samim tim 'guraju' cenu od sebe, stvaranjem tržišnog impakta koji im ne ide u korist, dok pasivni učesnici snabdevaju te naloge i održavaju cenu konzistentnom.

2.1.1 Likvidnost finansijskog tržišta

Likvidnost predstavlja karakteristiku određenog finansijskog instrumenta, koja ukazuje na to koliko brzo određeno sredstvo može biti predmet razmene na tržištu bez uticaja na njegovu cenu. Drugi rečima, što je nivo likvidnosti određenog sredstva viši to je proces razmene ovog sredstva efikasniji. Na primer, keš je najlikvidnije sredstvo, dok se nekretnine smatraju nelikvidnim. Likvidnost određenog finansijskog instrumenta predstavlja trošak njegove konverzije u novac i obrnuto. To bitno utiče i na cenu samog instrumenta, na primer, novije američke državne obveznice obično imaju cenu veću od starijih, iako imaju isti datum dospeća.

Likvidnost samog tržišta je jedna od njegovih osnovnih karakteristika i zavisi od velikog broja faktora, kao što je broj učesnika, broj naloga koje učesnici svakodnevno izdaju i raznolikost finansijskih sredstava koja su predmet trgovine. U opštem slučaju tržišta koja se odlikuju visokim stepenom likvidnosti imaju i viši obim trgovanja. Tržišna likvidnost se često može okarakterisati preko tri osnovne osobine:

- Dubina (engl. *depth*): koja predstavlja ukupan broj aktivnih kupovnih i prodajnih naloga za konkretan instrument. Posledično 'dublja' tržišta omogućavaju trgovinu velikih obima bez značajnog uticaja na cenovna kretanja, tj. bez prouzrokovanja značajnog tržišnog impakta. Sa druge strane, mnogo je teže sklopiti trgovinu u uslovima kada je tržište 'plitko', tj. jedna strana tržišta obično mora da prihvati cenu nepovoljniju od željene u cilju privlačenja suprotne strane.

- Stegnutost (engl. *tightness*): koja odgovara razlici između najbolje kupovne i najbolje prodajne cene (engl. *bid-ask spread*). Što je ova razlika manja tgovina na samom tržištu je značajno lakša, tj. efikasnija.

- Otpornost (engl. *Resiliency*): prikazuje kako tržište reaguje na iznenadne promene - šokove. Cene na tržištima koja imaju visok stepen otpornosti ne utiču na dostupnost naloga ili na obim trgovanja.

Ova tri faktora su najčešće tesno povezana, tj. tržišta sa većom dubinom odlikuju se i manjom razlikom između kupovne i prodajne cene i otpornija su na promene.

2.2 Mehanizam trgovanja

Na osnovu različitih mehanizama trgovanja koji su zastupljeni na tržištima izvedena je jedna od osnovnih podela tržišta:

- tržišta određena kotacijama (engl. *quote driven markets*)
- tržišta određena nalozima (engl. *order driven markets*)
- hibridna tržišta (mešavina prethodna dva)

Pojam tržišta određenih kotacijama ili dilersko tržište, je nastao kao posledica činjenice da cene postavljaju isključivo dileri, tj. oni iskazuju kvote po kojima su spremni da kupe ili prodaju određenu količinu finansijskih instrumenata. Dileri kreiraju likvidnost na tržištu i 'nagrađeni' su profitom koji oslikava razliku prodajne i kupovne cene. Ta razlika se sastoji iz dve komponente. Prva komponenta nadoknađuje normalne transakcione troškove koje dileri imaju u toku obavljanju svog posla, dok druga komponenta nadoknađuje gubitke sa kojima se dileri susreću u procesu trgovanja sa više informisanim trgovcima. Većina dilera ima tendenciju da izbegava trgovanje sa klijentima za koje veruju da su dobro informisani. Takođe profit koji će zaraditi je ograničen konkurencijom od strane dilera na drugim berzama koji trguju istim instrumentima. Jedan od osnovnih predstavnika ove grupe tržišta je NASDAQ[3].

[3]National Association of Securities Dealer Automated Quotations

Na tržištima koja su određena nalozima, kupci i prodavci imaju mogućnost da međusobno trguju uz brokera, kao posrednika, bez posredovanja dilera. Svi učesnici izdaju naloge, koji se beleže u knjizi naloga, i tada kreće proces provere podudaranja naloga sa suprotnih strana, korišćenjem unapred definisanih pravila trgovanja. Na ovakvim tržištima učesnici ne mogu da biraju učesnika sa kojim će trgovati, jer se koriste definisana pravila prvenstva u procesu sklapanja trgovine između učesnika. Jedan od predstavnika je NYSE, Njuroška berza.

Količina-kupovna strana	**Kupovna cena**	**Prodajna cena**	**Količina-prodajna strana**
2000	120.5	121.0	3200

Tabela 2.2.1: Primer dvostrane kvote od strane dilera

Na tržištima koja su određena kotacijama učesnici imaju mogućnost da kupe po prodajnoj ceni, prodaju po kupovnoj ceni, da pregovaraju ili da odustanu od trgovanja. Dvostrane kvote postavljene od strane dilera garantuju izvršenje naloga po navedenim cenama, za navedene količine. Primer jedne dvostrane kvote od strane dilera je prikazan u Tabeli 2.2.1.

Na tržištima koja su određena nalozima cene se formiraju na osnovu prisutnih naloga, i sama trgovina se realizuje samo kada najbolja kupovna cena dostigne najbolju prodajnu cenu ili je čak nadmaši i obrnuto. Razlikujemo dve osnovne vrste naloga, tržišni i limit nalozi[4]. Tržišni nalozi 'garantuju' izvršenje, time što preskaču trenutnu razliku između prodajne i kupovne cene, dok limit nalozi stoje na određenom cenovnom nivou i čekaju mogućnost svog izvršenja, odnosno da dođe do poklapanja cena. Samim tim kupovina po prodajnoj ceni je moguća ili izdavanjem tržišnog naloga za kupovinu ili izdavanjem limit naloga sa navedenom najboljom trenutnom prodajnom cenom. Željena količina mora da bude manja ili jednaka dostupnoj količini za prodaju, kako bi se izbegla kupovina po nepovoljnijoj ceni, dok se ne izvrši ceo nalog.

Za razliku od tržišta koja su određena kotacijama, gde su navedene cene garantovane, na tržištima koja su određena nalozima, ovakva garancija ne postoji, jer drugi učesnik ima mogućnost da preduhitri konkurenciju izdavanjem novog, dopunom ili povlačenjem starog naloga u bilo kojem momentu. Zbog toga je moguće da se tržišni nalog izvrši po manje povoljnoj ceni i da se limit nalog ne izvrši, dok god ga učesnik ne povuče ili dok se ne izvrši naknadno. Značaj tržišnog mehanizma vođenog nalozima se ogleda u vidljivoj likvidnosti koju proizvodi, takođe pomaže i proces otkrivanja cene.

Mnogi tržišni mehanizmi vođeni cenama obuhvataju i mehanizam pregovaranja, koji omogućava obema stranama da započnu pregovore. Najbliži ekvivalent mehanizmu pregovaranja na tržištima vođenim nalozima jeste izdavanje naloga sa navedenom željenom količinom i cenom, pa možemo reći da se upravo u ovome nalazi osnovna razlika između ova dva mehanizma.

[4]Pogledati poglavlje 2.3

2.2.1 Postavljanje prioriteta

Na tržištima kao što su tržišta određena nalozima, koriste se unapred definisana pravila prilikom sklapanja trgovine između učesnika. Dva najpoznatija modela prioriteta su "cena-vreme" prioritet i "cena-obim" prioritet [7]. Prvi model podrazumeva da se nalozi sortiraju po ceni, a zatim po vremenu, što znači da se nalozi sa najboljom cenom i koji su najduže prisutni na tržištu izvršavaju prvi. U modelu "cena-obim" nalozi se sortiraju prvo po ceni, a zatim po obimu, što znači da se nalozi sa najboljom cenom i najvećim obimom izvršavaju prvi. Ovakav model motiviše učesnike da izdaju naloge većeg obima kako bi se probili na početak reda. Većina tržišta je usvojila cenovno/vremenski mehanizam prioriteta, koji je poznat i pod skraćenicom FIFO (engl. *first in, first out*).

2.3 Nalozi

Najjednostavnije govoreći nalozi predstavljaju instrukcije za kupovinu ili prodaju određene količine specifičnog finansijskog instrumenta. Razlikujemo dve osnovne vrste naloga, tržišne naloge i limit naloge [1]. Njihove osnovne karakterisitke su potpuno suprotne, posmatrano iz ugla likvidnosti. Tržišni nalozi 'traže' momentalno izvršenje po najpovoljnijoj ceni, i samim tim oni uklanjaju likvidnost, dok limit nalozi obezbeđuju likvidnost time što 'stoje' na određenom cenovnom nivou.

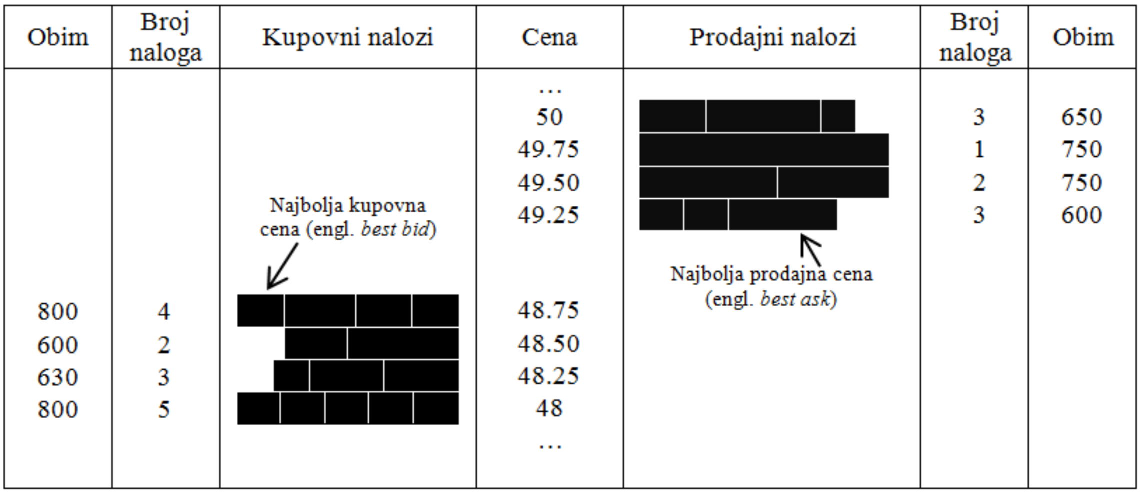
Svaki nalog je određen sledećim elementima:

- kupovni/prodajni smer
- cena
- veličina, odnosno količina
- vreme izdavanja.

Postoji mnogo karakteristika na koje učesnici mogu da utiču prilikom izdavanja naloga i time posledično da utiču na proces izvršenja naloga, na primer:

- kako i kada se nalog aktivira
- koliki je životni vek naloga
- da li postoji mogućnost dopune naloga
- da li nalog može biti usmeren i na druga mesta trgovanja
- da li je nalog povezan za neke druge naloge

Iako postoji širok spektar naloga, svi oni mogu da se posmatraju kao kombinacija tržišnih i limit naloga, zajedno sa gore navedenim karakteristikama. Kroz konstantno unapređivanje, pojedina tržišta su počela da nude naloge koji su toliko dinamični da mogu da se ponašaju kao algoritam. Jedina razlika leži u tome da nalozi najčešće prate jednu specifičnu promenljivu, dok se algoritmi koncentrišu na čitav skup parametara prilikom donošenja odluka.



Slika 2.3.1: Tipična knjiga limit naloga

Na Slici 2.3.1 prikazana je tipična knjiga limit naloga (engl. *order book*), koja predstavlja pregled svih trenutno aktivnih naloga za određeni finansijski instrument. Knjiga naloga na tržištima gde je mehanizam trgovanja vođen kotacijama je potpuno privatna, dostupna samo dilerima, dok je na tržištima koja su vođena nalozima knjiga mnogo transparentnija.

2.3.1 Tržišni nalozi

Tržišni nalozi ne nose informaciju o ceni, a izvršavaju se po najboljoj ceni na tržištu u momentu izdavanja naloga. Međutim, najbolja trenutna cena može da se razlikuje od najbolje cene koja je vladala u momentu izdavanja naloga, zbog činjenice da izdati nalozi koji se nalaze u knjizi naloga mogu da budu povučeni ili dopunjeni pre nego što posmatrani nalog dođe na red za izvršenje. Obzirom da ova vrsta naloga garantuje njihovo izvršenje, osnovni rizik leži u neizvesnosti cene koja će biti postignuta. Kupovni tržišni nalog se izvršava po najnižoj prodajnoj ceni koja je zastupljena na tržištu i proizvodi neposredne troškove u visini od polovine razlike između najbolje prodajne i najbolje kupovne cene.

Za detaljnije objašnjenje koristi se Tabela 2.3.1. Ukoliko se izda tržišni nalog za kupovinu 1000 akcija on bi se ukrstio sa prodajnim nalogom S1 i izvršio bi se po ceni od 1001. U tom slučaju učesnik može odmah da zatvori ovu poziciju izdavanjem obrnutog naloga koji bih se ukrstio sa B1 kupovnim nalogom, i postigao cenu od 1000. Ukupan trošak ovakve transakcije je

(1001-1000), što odgovara razlici između najbolje prodajne i najbolje kupovne cene, ili polovini ove razike u oba smera.

R. br.	Vreme	Obim	Cena	Cena	Obim	Vreme	R. br.
B1	09:30:00	1000	1000	1001	1000	09:30:00	S1
B2	09:20:20	1500	999	1002	800	09:20:25	S2
B3	09:24:00	900	998	1003	1200	09:24:09	S3
B4	09:19:09	1500	997	1005	2000	09:15:00	S4

Tabela 2.3.1: Pojednostavljena knjiga naloga sa kupovnim nalozima na levoj i prodajnim nalozima na desnoj strani

U slučaju kada izdat nalog ima veći obim nego što je trenutno dostupan obim na najboljem kupovnom/prodajnom cenovnom nivou kaže se da nalog "šeta kroz knjigu", drugim rečima, ukoliko se radi o kupovnom nalogu, prvo će se kupiti sva dostupna količina po najboljoj prodajnoj ceni i onda se kupovina nastavlja po ostalim cenovnim nivoima dok god se nalog potpuno ne izvrši. U specijalnom slučaju kada nalog ne može do kraja da se izvrši pojedine berze kao što je Londonska, otkazuju nalog, dok neke druge ostavljaju nalog, sa obimom koji je jednak ostatku koji nije ispunjen, kao aktivan tržišni nalog dok god se ne izvrši do kraja.

Cena po kojoj će se nalog izvršiti zavisi od dostupne likvidnosti, ali i od obima samog naloga. Na primer, ukoliko se izda nalog za kupovinu 2000 akcija, posmatramo Tabelu 2.3.1, prvo bi bile kupljene sve akcije na cenovnom nivou naloga S1, zatim S2, ali bi nalog "otišao" i još dublje u knjigu, pa bi bile kupljeno i 200 akcija po ceni od 1003, na cenovnom nivou naloga S3, samim tim prosečna ostvarena cena za ovu kupovinu je 1001,6. Osim troška u iznosu od polovine razlike između prodajne i kupovne cene prisutan je i dodatni trošak negativne promene cene, sa 1001 na 1002 i onda čak i na 1003. Ovaj trošak odgovara tržišnom uticaju (engl. *market impact*) izdatog naloga, i veličina uticaja zavisi kako od likvidnosti tržišta tako i od obima izdatog naloga. Da je izdati nalog imao obim od 5000 akcija, njegovo izvršenje bi bilo na čak četiri cenovna nivoa, čime bi ostvarena prosečna cena bila još nepovoljnija, u konkretnom primeru iz Tabele 2.3.1 iznosila bi 1002,8. Izvodi se zaključak da postoji pozitivna korelacija između obima naloga i veličine njegovog tržišnog uticaja.

Likvidnost takođe utiče na tržišni impakt. Pretpostavimo da je izdavalac naloga S2 povukao nalog neposredno pre izdavanja kupovnog naloga sa obimom od 2000 akcija. Izvršavanje ovog kupovnog naloga bi tada prvo bilo na cenovnom nivou naloga S1 i nakon toga na cenovnom nivou naloga S3. Sa druge strane, da je neki učesnik izdao prodajni nalog sa cenom 1001 i obimom od 1000 neposredno pre izdavanja kupovnog naloga sa obimom od 2000, kupovni nalog bi u celokupnosti bio izvršen po najboljoj prodajnoj ceni, tj. po ceni od 1001.

Kao zaključak se izvodi činjenica da zbog nedostatka informacije o ceni prilikom korišćenja tržišnog naloga učesnik je u mogućnosti da prouzrokuje značajan tržišni uticaj - impakt, posebno ukoliko je nalog velikog obima, pa zbog toga ima smisla deljenje naloga na manje celine. Takođe, ukoliko je sam učesnik manje zainteresovan za brzinu i sigurnost izvršavanja naloga onda se on češće opredeljuje za korišćenje limit naloga.

2.3.2 Limit nalozi

Limit nalozi predstavljaju instrukcije za kupovinu ili prodaju određenog obima finansijskog instrumenta po definisanoj ili boljoj ceni. Za razliku od tržišnih naloga za limit naloge postoji šansa da se ne izvrše ukoliko cena postavljena od strane investitora ne bude realizovana na tržištu u vremenskom periodu u kom je nalog aktivan. U slučaju parcijalnog izvršenja naloga preostali deo obima ostaje prisutan u knjizi naloga. Ovakvi nalozi snadevaju tržište likvidnošću, pokazujući želju za trgovinom po specifičnoj ceni i sa definisanim obimom. Iako su ovi nalozi pasivni po prirodi, oni mogu da se smatraju agresivnim kroz svoje limit cene i imaju slične efekte kao i tržišni nalozi.

R. br.	**Vreme**	**Obim**	**Cena**	**Cena**	**Obim**	**Vreme**	**R. br.**
B1	09:30:00	1000	1000	1001	1000	09:30:00	S1
B5	**09:33:00**	**1000**	**1000**	1002	800	09:20:25	S2
B2	09:20:20	1500	999	1003	1200	09:24:09	S3
B3	09:24:00	900	998	1005	2000	09:15:00	S4
B4	09:19:09	1500	997				

Tabela 2.3.2: Unos limit naloga u knjigu naloga

Pretpostavimo da učesnik izdaje kupovni nalog B5, za kupovinu 1000 akcija sa limit cenom od 1000. Ovakav nalog ne bi bio odmah izvršen, ali bi obezbedio likvidnost i zauzeo odgovarajuće mesto u redosledu izvršenja u knjizi naloga, kao što je prikazano u Tabeli 2.3.2. Ova pozicija je odmah ispod naloga B1, jer ima niži prioritet zbog kasnijeg izdavanja naloga, ali iznad svih ostalih jer bolja cena obezbeđuje i veći prioritet.

U cilju što jasnijeg razumevanja razlike između tržišnog i limit naloga pretpostavimo da je nalog B5 limit nalog za kupovinu 1500 akcija po trenutnoj najboljoj prodajnoj ceni, što je u primeru 1001. Ovakav nalog automatski zadovoljava nalog S1, što dovodi do toga da se razlika između najbolje prodajne i najbolje kupovne cene poveća sa 1001-1000 na 1002-1001, i nalog B5 sa preostalih 500 akcija bi ostao prisutan sa najboljom kupovnom cenom u knjizi naloga, Tabela 2.3.3.

R. br.	Vreme	Obim	Cena	Cena	Obim	Vreme	R. br.
B5	**09:33:00**	**500**	**1001**	1002	800	09:20:25	S2
B1	09:30:00	1000	1000	1003	1200	09:24:09	S3
B2	09:20:20	1500	999	1005	2000	09:15:00	S4
B3	09:24:00	900	998				
B4	09:19:09	1500	997				

Tabela 2.3.3: Parcijalno izvršen limit nalog

Za razliku od tržišnog naloga, korišćenjem limit naloga se žrtvuje verovatnoća izvršenja u cilju obezbeđivanja željene cene. Da je drugi učesnik izdao prodajni nalog S5 sa cenom 1001 i obimom većim od 500 akcija neposredno pre izdavanja naloga B5, nalog B5 bi bio izvršen u potpunosti i razlika između prodajne i kupovne cene bi ostala nepromenjena. Sa druge strane, da je učesnik koji je izdao nalog S1 odlučio da povuče svoj nalog, nalog B5 bi ostao neizvršen u knjizi naloga sa najboljom kupovnom cenom od 1001.

Moguće je razikovati limit naloge u odnosu na limit cenu na sledeći način:

- Tržišni nalozi (engl. *marketable orders*): kupovni nalozi sa limit cenom koja je veća ili jednaka trenutno najboljoj kupovnoj ceni, i prodajni nalozi čija je limit cena manja ili jednaka trenutno najboljoj kupovnoj ceni. Ovakvi nalozi se automatski povežu sa nalozima na suprotnoj strani knjige naloga.
- Nalozi usklađeni sa tržištem (engl. *at the market orders*): kupovni nalozi čija je limit cena jednaka najboljoj kupovnoj ceni, prodajni nalozi čija je cena jednaka najboljoj prodajnoj ceni. Vlasnici ovih naloga kreiraju tržište.
- Nalozi koji zaostaju za tržišnim nalozima (engl. *behind the market orders*): u ovu grupu spadaju pasivno cenovni limit nalozi, koji se nalaze u redu knjige naloga dok god se razlika između najbolje prodajne i najbolje kupovna cene dovoljno ne smanji i samim tim poveća verovatnoću za njihovo izvršenje.

Prilikom izdavanja naloga učesnici mogu da definišu i dodatne uslove na nalozima, kako bi ostvarili bolju kontrolu nad izvršenjem naloga. Jedna vrsta ovih uslova jesu uputstva popunjavanja (engl. *fill instructions*). Neki od uslova ovog tipa su [1]:

- "Immediate-or-cancel" - nalog ne može biti delimično izvršen, što znači da će onaj deo naloga koji ne može trenutno da se izvrši na tržištu biti otkazan.
- "Fill-or-kill" - limit nalog koji će ili odmah biti izvršen u potpunosti, ili se u potpunosti povlači sa tržišta.

- "All-or-none" - limit nalog koji mora biti izvršen u celosti, ali ne mora odmah, i ističe na kraju dana.
- "Minimum-volume" - nalog sa uslovom da se njegov određeni deo mora izvršiti.
- "Must-be-filled" - nalog koji mora biti izvršen u celosti.

2.3.3 Hibridni nalozi

Razvoj, kao i formiranje novih lokacija za trgovanje doveli su do pojave mnogih drugih vrsta naloga, tzv. hibridnih naloga, čije karakteristike zapravo objedinjuju najbolje iz tržišnih i limit naloga.

- "Market-to-limit" - zapravo predstavljaju tržišne naloge koji sadrže informaciju o granici cene. Ovakvi nalozi se prilikom izdavanja ponašaju se kao tržišni nalozi, tj. traže najbolju cenu, ali tada ta cena postaje limit cena tog naloga. Ukoliko obim naloga bude veći od dostpunog obima po najboljoj ceni, ovaj nalog ostaje prisutan na tržištu kao limit nalog sa preostalim, neizvršenim obimom.
- "Market-with-protection" - ovi nalozi nude neposrednost tržišnog naloga sa zaštitom u vidu ugrađene limit cene. Ovakva vrsta naloga je zapravo proširenje prvih hibridnih naloga, jer je cena koja je na njima definisana dalja od poslednje cene po kojoj je izvršeno sklapanje trgovine za posmatrani instrument. Svrha korišćenja ove vrste naloga je postizanje balansa između sigurnosti izvršenja naloga i sigurnosti postignute cene.

3 Algoritamsko trgovanje

Algoritamsko trgovanje predstavlja kompjuterizovano upravljanje finansijskim instrumentima, tačnije algoritmi izvršavaju trgovinu akcijama, obveznicama, valutama i spektrom finansijskih derivata. Kao jedan od najmodernijih načina trgovanja, algoritamsko trgovanje omogućava korisnicima veći nivo efikasnosti prilikom izvršavanja naloga, uz istovremenom smanjivanje transakcionih troškova.

Sama ideja algoritamskog trgovanja leži u korišćenju matematičkih formula i modela, koji se prilagođavaju uslovima koji vladaju na finansijskim tržištima i shodno njima izvršavaju naloge uz istovremeno smanjivanje troškova izvršavanja. Trgovina uz pomoću algoritama zahteva od korisnika da dobro postavi, odnosno definiše svoje ciljeve u obliku matematičkih instrukcija [7].

Kao neke od osnovnih prednosti ovog vida trgovanja izdvajaju se:

- niže provizije - kod ovakvog vida trgovanja agenti nemaju aktivnosti kao što su istraživanja, pa samim tim se troškovi smanjuju;
- niži transakcioni troškovi;
- veći stepen anonimnosti;
- viši nivo kontrole;
- bolji pristup, odnosno pokrivenost - učesnici mogu brže i lakše da pristupe velikom broju platformi za trgovanje;
- konkurencija je na višem nivou, što dovodi i do ravnopravnije raspodele;

Kao i svi oblici trgovanja i algoritamsko trgovanje ima svoje mane, a neke od njih su:

- korisnik algoritma može vremenom da zamenari svoju potrebu za prilagođavanjem, samo zato što je u prošlosti ostvarivao dobre rezultate;
- postoji stalna potreba za testiranje pravilnog definisanja algoritma;
- u slučaju nepredviđenih dešavanja na tržištu postoji rizik da algoritam neće imati optimalno ponašanje;

Algoritamsko trgovanje postaje sve zastupljeniji vid trgovanja, pre svega jer su računari efikasniji u obradi velikog broja podataka i informacija, prilagodljivi su promenama i mnogo brže reaguju na njih. U toku 2003. godine ovaj vid trgovanja je zauzimao 15% od ukupnog obima trgovanja, dok je 2012. godine ovaj procenat bio čak 85%.

3.1 Kategorizacija algoritama

Vrste algoritama koji se danas koriste su mnogobrojne i moguće je napraviti veliki broj podela shodno različitim parametrima. Jedan način klasifikacije algoritama jeste spram granice koju prate, shodno tome razlikujemo algoritme kod kojih je granica unapred definisana, algoritme koji prate dinamičnu granicu i algoritme koji imaju za cilj da ostvare buduću cenu zatvaranja (engl. *closing price*) na tržištu.

Drugi način podele algoritama jeste na osnovu mehanizama koje koriste:

- Algoritmi koji prate raspored (engl. *schedule-driven*)
- Algoritmi koji vrše procenu (engl. *evaluative*)
- Oportunistički algoritmi (engl. *opportunistic*)

Prvi prate striktno definisanu trajektoriju trgovanja, uglavnom kreiranu na osnovu istorijskih podataka [1]. Sa druge strane, oportunistički modeli su potpuno dinamični. Oni reaguju na povoljne tržišne uslove, trgovina je tada agresivnija kako bi se iskoristile sve prednosti povoljnih uslova. Kada uslovi postanu manje povoljni za učesnika, trgovina postaje pasivnija. Zlatnu sredinu između ova dva mehanizma čine algoritmi koji vrše procenu prilikom njihovog korišćenja, odnosno pre svake odluke.

Jedna od manje popularnih, ali svakako jedna od najopštijih podela jeste podela na agresivne, radne i pasivne algoritme [7].

- Agresivni algoritmi su kreirani tako da izvrše nalog sa visokim nivoom hitnosti i sa ciljem da obuhvate što veći nivo likvidnosti po definisanoj ceni ili boljoj.
- Radni algoritmi prate određeni balans između troškova i rizika koji nosi samo trgovanje.
- Pasivni algoritmi imaju za cilj što veće iskorištavanje različitih sistema trgovine, bez ostavljanja traga, tj. izvršenje naloga na mnogobrojnim lokacijama kako bi se sačuvao nivo anonimnosti i sprečio uvid u celokupno poslovanje.

Kao što je već pomenuto, dva osnovna cilja algoritamskog trgovanja se ogledaju u dostizanju postavljenih granica, odnosu u postizanju što manjeg odstupanja od referentnih vrednosti i minimizacija ukupnih transakcionih troškova. Shodno ovako definisanim ciljevima definiše se i osnovna podela na dve velike grupe algoritama:

- Algoritmi koji prate referentnu vrednost (engl. *Benchmark-driven algorithms*)
- Algoritmi koji minimiziraju transakcione troškove (engl. *Cost-driven algorithms*).

3.2 Algoritmi koji prate referentnu vrednost

Ova grupa algoritama je nastala razvojem strategija podela velikih naloga na manje. Deljenjem obimom velikih naloga na manje smanjivao se i efekat koji trgovina može da ima na cenu određenog instrumenta. Iako smanjuju i impakt koji sam nalog može da ima na cenu instrumenta, ova grupa algoritama je prvenstveno usmerena na praćenje i poštovanje postavljenih granica. Algoritmi ove grupe najčešće prate statistički kreirane trajektorije, uz malu ili nikakvu osetljivost na promenu u ceni ili obimu. Cilj je izvršenje naloga u okviru postavljenog vremenskog okvira.

Najpoznatiji algoritmi ove grupe su:

- Vremenski ponderisana prosečna cena (TWAP[5]),
- Količinski ponderisana prosečna cena (VWAP[6]) i
- Procenat od obima (POV[7]).

3.2.1 Vremenski ponderisana prosečna cena (TWAP)

Granica koja se postavlja kod ove grupe algoritama predstavlja prosečnu cenu koja prikazuje kako se cena određenog finansijskog instrumenta menjala kroz vreme. Ovi algoritmi izvršavaju naloge uz konstantno praćenje procenta učešća (engl. *participation rate*) tokom celog dana. Ukoliko trgovinski dan traje 390 minuta, kao što je slučaju u Americi, ovi algoritmi će izvršiti 1/390-ti deo naloga u svakom minutu. U želji da dostignu postavljenu granicu za ove algoritme se postavlja baza u vidu vremenski definisanog rasporeda koji se prati. Sama strategija leži u podeli naloga na manje, približno jednake delove, poznatije kao atomske naloge, u okviru definisanog vremenskog okvira.

$$TWAP = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i P_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

gde je
n_i obim izvršenog atomskog naloga, $i = 1, 2 \ldots n$
P_i cena po kojoj je trgovanje izvršeno, $i = 1, 2 \ldots n$
n broj atomskih naloga na koje je podeljen nalog velikog obima.

[5]Time Weighted Average Price
[6]Volume Weighted Average Price
[7]Percentage of Volume

Najednostavniji TWAP algoritam funkcioniše tako što se data veličina naloga Q, sa kojom će se trgovati u periodu T, podeli na n atmoskih naloga. Veličina svakog naloga je $\frac{Q}{n}$, i sa njima se trguje u talasima na svakih $\Delta t = \frac{T}{n}$ minuta.

Ovakav mehanizam trgovanja je potpuno nezavisan od cene i obima naloga. Trgovina na ovako predvidljiv način dovodi do rizika da drugi učesnici to iskoriste, jer jedino što oni ne znaju je zapravo obim naloga. Ova strategija može dovesti i do lošeg izvršenja naloga zbog vremenskog rasporeda jer se može dogoditi da je baš tada cena nepovoljna ili da likvidnost naglo opadne.

Prva modifikacija ovog algoritma je usvajanje fleksibilnijeg načina trgovanja, tj. postavljanje cilja u vidu obima u određenom vremenskom periodu. Nakon toga konstantnim praćenjem treba prilagođavati algoritam kako bi se željeni cilj dostigao.

3.2.2 Količinski ponderisana prosečna cena (VWAP)

VWAP algoirtmi su jedni od najpoznatijih i najčešće korišćenih algoritama izvršenja. VWAP se definiše kao mera prosečne cene po kojoj se trguje određenim finansijskim instrumentom u određenom vremenskom intervalu i odgovara odnosu ukupnog prometa i ukupnog obima. Osnovni cilj modela je minimizacija odstupanja od VWAP-a koji se postavlja kao granica, i ovako se definiše:

$$VWAP = \frac{\sum_{i=1}^{n} V_i P_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i}$$

gde je
V_i obim izvršenog naloga, $i = 1, 2 \ldots n$
P_i cena po kojoj je trgovanje izvršeno, $i = 1, 2 \ldots n$
n broj izvršenih naloga u posmatranom vremenskom periodu.

Iz ovako definisane VWAP granice jasno se vidi da nalozi većeg obima imaju veći uticaj na referentnu cenu, nego nalozi manjeg obima. Dok je za TWAP algoritme glavni cilj konstantna trgovina u toku dana, kod VWAP algoritma učesnik mora da trguje u određenim proporcijama. Kako se porcije baziraju na dnevnom obimu trgovanja koji nije unapred poznat, često rešenje je korišćenje istorijskih podataka o obimu trgovanja. Ti istorijski podaci predstavljaju prosečne cene koje su postignute trgovinom određenog obima finansijskog instrumenta u fiksnim vremenskim intervalima u toku dana.

Ukoliko se dan podeli u k vremenskih intervala, tada se dnevni VWAP može izraziti kao:

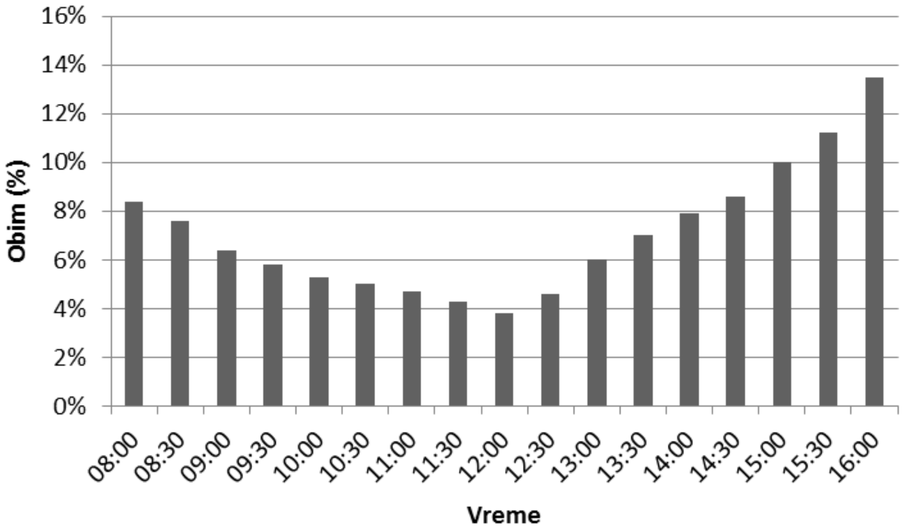
$$VWAP = \frac{\sum_{j=1}^{k} \hat{V}_j \bar{P}_j}{\sum_{i=1}^{k} \hat{V}_i} = \sum_{j=1}^{k} \frac{\hat{V}_j}{\sum_{i=1}^{k} \hat{V}_i} \bar{P}_j = \sum_{j=1}^{k} u_j \bar{P}_j$$

gde je
u_j procenat dnevnog obima trgovanja u $j - tom$ periodu
$\bar{P}_j$ prosečna ostvarena cena perioda j
$\hat{V}_j$ obim trgovanja u tom periodu.

Na osnovu formule se vidi da je optimalna strategija za dostizanje VWAP granice računanje obima x_j za svaki period j takvog da važi:

$$x_j = u_j X$$

gde je X ukupan obim naloga. Pretpostavka koja se koristi prilikom definisanja algoritma je da dnevni obim trgovanja ima slična kretanja kao i istorijski profil koji se koristi kao referent. U toku dana algoritam treba da izdaje naloge koji će u svakom periodu dana pratiti korak svog unapred postavljenog referentnog profila izvršenja. Dodatno unapređenje algoritma se ogleda u mogućnosti praćenja kompleksne logike odlučivanja da li ide ispred svog referentnog modela, i mogućnosti nadoknađivanja zaostatka ukoliko se pojavi. Tipičan VWAP profil izvršenja je prikazan na Slici 3.2.1.



Slika 3.2.1: VWAP profil izvršenja

Zavisnost od istorijskih podataka znači da sam algoritam može biti ranjiv, tj. neefikasan ukoliko na tržištu nastupe neočekivani uslovi. To može prouzrokovati značajnu devijaciju od

VWAP granice. Kako bi se ovo izbeglo uvode se specijalni parametri i time vrše modifikacije ovog algoritma.

Neki od specijalnih parametara su:

- Parametar praćenja (engl. *tracking*) - u neke VWAP algoritme uključuje se ovaj parametar sa ciljem bolje kontrole udaljenosti od željenje granice.
- Parametar vremena - ovim parametrom korisnik algoritma ima mogućnost da definiše tačan vremenski interval u kojem želi da koristi ovaj algoritam.
- Parametar trenda - ukoliko učesnik očekuje određeno kretanje cene instrumenta tokom dana uključivanjem ovog parametra može da poboljša efikasnost modela u postizanju te cene. Ovaj parametar omogućava korisniku da definiše da li je ciljni profil izvršenja usmeren ka početnoj ceni u toku dana ili ka ceni koja će zatvoriti trgovinu tog dana.

3.2.3 Algoritmi koji prate obim trgovanja (POV)

POV algoritmi prate obim trgovine na tržištu, i baziraju se na unapred definisanom procentu obima, tzv. procentu učešća p.

Za razliku od TWAP i VWAP algoritama, gde se raspored trgovine unapred definiše, kod POV algoritama je raspored trgovine dinamičan. Cilj algoritma je da učestvuje na tržištu u datom procentu.

Veličina atomskog naloga v_i u vremenskom intervalu i koji ima ukupan obim trgovanja V_i se računa tako da važi:

$$p = \frac{v_i}{V_i + v_i},$$

odnosno

$$v_i = \frac{p}{1 - p} V_i.$$

Iako su ovi algoritmi dinamični oni ne mogu da predvide tržišni obim, oni reaguju na izvršene trgovine kako bi održali nivo sa posmatranim obimom. Iznenadne promene na tržištu mogu da dovedu do toga da, iako je algoritam pratio unapred postavljeni referent, značajno zaostane ili se odalji od cilja. Samim tim je jasno da uspešnost samog algoritma zavisi od tehnika koje koristi za praćenje tržišnih uslova i promena.

Neke od varijacija ovih algoritama mogu da obuhvataju određene tehnike predviđanja kako bi se algoritam bolje prilagodio budućim uslovima. Ovakve tehnike se uglavnom temelje na kombinacijama istorijskih podataka, trenutnih analiza tržišta i različitih metoda kvantitativne analize. Novije varijacije ovog modela obuhvataju i faktor kretanja cene posmatranog instrumenta.

3.3 Algoritmi koji minimiziraju transakcione troškove

Glavni cilj ove grupe algoritama je, kao što im i sam naziv kaže, minimizacija transakcionih troškova, koji nisu samo troškovi provizije i razlike između prodajne i kupovne cene već i troškovi tržišnog impakta i vremenskog rizika.

Komponente transakcionih troškova mogu se definisati kao [7]:

- Provizija - trošak plaćanja agenta za usluge izvršavanja naloga kao i za dodatne usluge kao što su upravljanje nalozima i rizicima;
- Fiksni troškovi (troškovi koji uključuju troškove izvršenja naloga, troškove razmene i prenosa sredstava; takse/porezi; rabat, koji se naplaćuje se učesnicima za korišćenje sistema trgovine
- Trošak razlike između prodajne i kupovne cene;
- Trošak odlaganja (engl. *delay cost*) - gubitak koji nastaje kao posledica razlike u ceni koja je bila pristuna prilikom donošenja odluke o ulasku u trgovinu i cene koja je prisutna kada je nalog zaista izdat;
- Nepovoljno kretanje cene;
- Tržišni impakt;
- Vremenski rizik;
- Oportunitetni trošak.

Najpoznatiji predstavnik ove kategorije algoritama je IS - Implementation Shortfall algoritam.

3.3.1 IS algoritmi

Implementation shortfall predstavlja razliku između cene na početku perioda izvršenja naloga i prosečno ostvarene cene prilikom izvršenja samog naloga. Prva cena, ili cena odluke zapravo predstavlja graničnu cenu koja se koristi kao reper u ovom modelu. Ukoliko uvedemo oznake:
PZ - Zarada na papiru
OZ - Ostvarena zarada
Matematički ovaj model može da se zapiše na sledeći način:

$$IS = PZ - OZ$$

Zarada na papiru predstavlja razliku između završne vrednosti portfolia i njegove početne vrednosti obračunate po ceni odluke investitora.

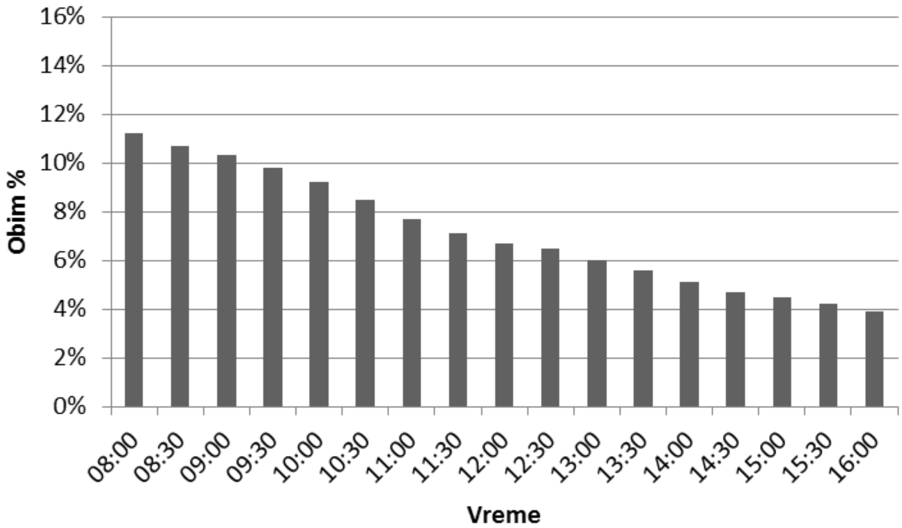
$$PZ = Q \cdot P_n - Q \cdot P_d$$

gde je Q ukupan obim naloga, P_n cena na kraju perioda n i P_d cena odluke.

Ostvarena zarada je razlika između stvarne završne vrednosti portfolia i vrednosti koja je bila neophodna za kupovinu portfolia i još umanjena za sve troškove.

$$OZ = (\sum s_i) \cdot P_n - \sum s_i p_i - C$$

gde
$\sum s_i$ predstavlja ukupan broj akcija u portfoliu
$\sum s_i \cdot P_n$ završna vrednost portfolia
$\sum s_i p_i$ je cena plaćena za kupovinu portfolia
C ukupni troškovi.



Slika 3.3.1: IS profil izvršenja

Ključ u dostizanju cene koja minimizira troškove je postizanje balansa između tržišnog impakta i vremenskog rizika. Tipičan oblik IS profila izvršenja je prikazan na Slici 3.3.1.

Neki algoritmi se kreiraju tako da prate uslove na tržištu, dok su drugi više orijentisani ka vremenskom momentu samog izvršenja naloga, koji ne sme biti preuranjen jer se tada nalog izlaže vremenskom riziku, ali ne sme biti izdat ni sa zakašnjenjem jer može da izazove veći tržišni uticaj. Tržišni impakt, kao što je već rečeno može biti smanjen podelom naloga velikog obima na manje naloge, ali ova metoda izlaže nalog većem vremenskom riziku, zbog toga je postizanje ravnoteže osnovni cilj ovih algoritama.

4 Istraživanje i priprema podataka

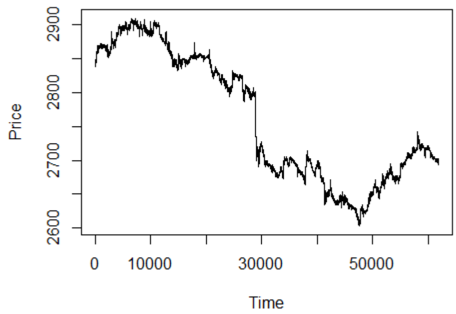
Svi učesnici na tržištu imaju za cilj da optimizuju rezultate svog trgovanja. Obzirom na brze, i teško predvidive promene uslova tržišta, javlja se potreba za kreiranjem matematičkih modela koji mogu relativno precizno da prate kretanje parametara koji opisuju tržište. Cilj rada je formulacija inteligentne strategije trgovanja uz korišćenje nekolicine parametara koji ukazuju na stanje u kojem se tržište nalazi, i osobina koje to stanje odlikuju. Konkretno, u ovom radu će biti posmatrana tri tržišna stanja i nekoliko drugih pokazatelja određenih promenama tržišnih uslova. Tokom izrade rada korišćeni su podaci koji opisuju trgovinu akcijama kompanije 'AstraZeneca', jedne od najvećih farmaceutskih kompanija sa Londonske berze. Sirovi podaci sadrže oko 62000 observacija iz početka 2006. godine (4 nedelje, 20 radnih dana), na koje se pozivamo kao na trgovinske otiske (engl. *trade prints*).

date	time	qty	price	flag
2006-01-03	08:01:12	1000	2844	-1
2006-01-03	08:01:19	546	2843	1
2006-01-03	08:01:30	419	2843	1
2006-01-03	08:01:33	535	2843	1
2006-01-03	08:01:33	424	2843	1

Tabela 4.0.1: Prikaz skupa podataka

Svaka observacija je opisana kroz pet promenljivih, od kojih prve dve 'date' i 'time' određuju datum i vreme. Treća promenljiva 'qty' predstavlja količinu istrgovanih akcija datog otiska, ona je celobrojnog tipa i u nastavku će biti označavana sa q_i u proizvoljnom trgovinskom otisku i. Četvrta promenljiva "price"predstavlja cenu otiska i vrednosti ove promenljive su igrom slučaja takođe celobrojne jer minimalna promena cene (*engl.* tick size) kod ove akcije iznosi 1. Cena u otisku i će nadalje biti označavana sa p_i. U petoj koloni raspolažemo sa indikator promenljivom 'flag' koja uzima vrednosti 1 ili -1 i daje informaciju o tome da li je kupovna ili prodajna strana preskočila razliku između najbolje kupovne i najbolje prodajne cene. Veoma pogodna karakteristika ovog skupa podataka je potpuno odsustvo nedostajućih podataka, pa posledično nema potrebe za rešavanjem tog problema koji veoma često izaziva glavobolju tokom procesa pripreme realnih podataka. Na slici 4.0.1 može se videti vremenska serija kretanja cene tokom pomenutih 20 radnih dana. Nakon inicijalnog rasta u prvih nekoliko dana, cena je očigledno opala za 300 funti prateći generalno stabilan opadajući trend, da bi pri kraju perioda opet krenula da beleži rast.

Iz podataka se takođe može primetiti značajna razlika između prosečnih cena trgovinskih otisaka u zavisnosti od vrednosti parametra 'flag'. Naime, prosečna cena svih trgovinskih



Slika 4.0.1: Vremenska serija cene

otisaka čiji je 'flag' = 1, iznosi 2759.849, dok je prosečna cena otisaka čiji je 'flag' = -1, jednaka 2761.922. Ova razlika je prirodna, jer je u prvom slučaju prodavac preskočio razliku između najpovoljnije prodaje i kupovne cene, dok je u drugom slučaju kupac taj koji aktivno trguje.

Pre definisanja režima, tj. različitih stanja tržišta koja će se kasnije koristiti u određivanju optimalne strategije trgovanja, sprovodi se homogenizacija podataka, u cilju pronalaženja suptilnijih obrazaca koji se kriju iza kretanja cene, i izbegavanja kratkoročnih trendova koji odmažu u primećivanju istinskih signala u promenama cene.

Naime, homogenizuju se svi trgovinski otisci unutar pojedinačnih minuta, i svakom minutu se dodeljuje jedinstveni otisak koji će reprezentativno predstavljati trgovinu koja se desila tokom datog minuta. Kako jedan dan sadrži $8.5 \cdot 60 = 510$ minuta, a u radu se posmatra skup podataka u trajanju od 20 dana, homogenizovani skup otisaka će sadržati 10200 observacija. Kolone datum i vreme ne zahtevaju posebno objašnjenje. Cena P otiska koji predstavlja minut j u danu i , $i = 1, 2, ..., 20$, $j = 1, 2, ..., 510$ računa se kao zaokruženi VWAP svih $k(i, j)$[8] otisaka iz tog minuta:

$$P(i,j) = \left\lceil \frac{\sum_{n=1}^{k} q_n p_n}{\sum_{n=1}^{k} q_n} \right\rceil$$

Intuitivno, količina Q u minutu j u danu i se računa kao

$$Q(i,j) = \sum_{n=1}^{k} q_n$$

[8] $k(i, j)$ predstavlja ukupan broj trgovinskih otisaka u j-tom minutu i-tog dana.

date	time	qty	price
2006-01-03	08:01:00	0	2843
2006-01-03	08:02:00	4064	2842
2006-01-03	08:03:00	7360	2839
2006-01-03	08:04:00	8884	2839
2006-01-03	08:05:00	1486	2839

Tabela 4.0.2: Podaci nakon homogenizacije

Indikator promenljiva 'flag' neće biti korišćena u određivanju režima tržišta, pa je ona nepotrebna u homogenizovanom skupu podataka. U tabeli 4.0.2 prikazano je 5 minuta homogenizovanog skupa podataka, gde je količina u prvoj koloni jednaka nuli, jer se tokom prvog minuta tog dana nije javio nijedan trgovinski otisak.

4.1 Definisanje režima

Nakon višestruke kalibracije parametara, tržišni režimi su određeni na osnovu dve promenljive, pokretnog proseka m i pokretne standardne devijacije cene s. Obe promenljive definišu se u svakom trgovinskom otisku. Pokretni prosek nam pomaže da se rešimo kratkoročnih fluktuacija i da stavimo naglasak na dugoročne trendove, dok sa druge strane pokretna standardna devijacija stavlja naglasak na volatilnost, i daje nam procenu trenutne promenljivosti cene. Ukoliko posmatramo i-ti minut u homogenizovanom skupu podataka, i ukoliko sa t_1 i t_2 označimo parametre koji određuju dužine intervala koje koristimo za računanje pokretnog proseka i pokretne devijacije, formule za m_{i,t_1} i s_{i,t_2} su definisane na sledeći način :

$$m_{i,t_1} = \frac{\sum_{k=i-t_1+1}^{i} p_k}{t_1}$$

Dakle, u i-tom minutu se u obzir uzimaju minuti $(i - t_1 + 1, i - t_1 + 2, ..., i - 1, i)$.

$$s_{i,t_2} = \sqrt{\frac{\sum_{k=i-t_2+1}^{i} (p_k - m_{i,t_2})^2}{t_2}}$$

Dakle, u i-tom minutu se u obzir uzimaju minuti $(i - t_2 + 1, i - t_2 + 2, ..., i - 1, i)$, takođe koristeći pokretni prosek m_{i,t_2} sa odgovarajućim intervalom. gde su t_1 i t_2 parametri koji određuju dužinu perioda. Obe pomenute promenljive uvode se za svaki pojedinačan dan, pa su posledično obe nedefinisane u prvih t_1 odnosno t_2 minuta svakog dana.

U procesu određivanja režima korištena su tri parametra

- t_1 - period pokretnog proseka

- t_2 - period pokretne standardne devijacije
- v - prag(granica) standardne devijacije

U sledećem koraku se svakom minutu dodeljuju odgovarajuća stanja na sledeći način, u zavisnosti od pomenuta tri parametra:

- Ako je $s_{i,t_2} \leq v$ stanje i-tog minuta je 'M2'
- Ako je $s_{i,t_2} > v$ i $p_i > m_{i,t_1}$ stanje i-tog minuta je 'M1'
- Ako je $s_{i,t_2} > v$ i $p_i \leq m_{i,t_1}$ stanje i-tog minuta je 'M3'

Generalni cilj je da M1 stanje obuhvati periode rasta cene, M3 stanje opadajuće periode, dok M2 stanje obuhvata periode koje odlikuje stabilnost cene. U cilju postizanja relativno ujednačene raspodele sva tri stanja, i istovremeno ostvarivanja razumnih prosečnih trajanja režima, odabrani su parametri $p = q = 40$ i $v = 1.7$. Statistički pregled je prikazan u tabeli 4.1.1, pri čemu je trajanje iskazano u minutima. Režim predstavlja neprekidan niz minuta u nepromenjenom tržišnom stanju.

stanje	učestalost(min)	broj režima	min trajanje	prosečno trajanje	max trajanje
M1	2669	235	1	11.36	74
M2	3606	110	1	32.78	187
M3	3145	250	1	12.58	101

Tabela 4.1.1: Osnovne statistike u različitim režimima

Sada sledi povratak na sirove podatke, koristeći stanja koji su određeni na homogenizovanim podacima. Naime, svakom trgovinskom otisku će biti dodeljena labela režima odgovarajućeg minuta u kojem se otisak nalazi.

4.2 Uvođenje dodatnih parametara

Prvi parametar koji se uvodi je Bulova promenljiva ω koja uzima vrednost 1 kod trgovinskih otisaka čija je cena porasla u odnosu na prethodni trgovinski otisak, ili je cena ostala nepromenjena u odnosu na prethodni otisak ali je poslednja zabeležena promena cene bila pozitivna. Analogno ω uzima vrednost 0 ukoliko je cena trgovinskog otiska pala u odnosu na prethodni ili je ostala nepromenjena ali je poslednja promena cene bila negativna. Vrednost parametra ω u trgovinskom otisku j će biti označavana sa ω_j. Dakle, niz cena trgovinskih otisaka

$$2000, 2001, 2002, 2002, 2000, 1999, 1999, 2000$$

odgovara sledećem nizu ω vrednosti:

$$1, 1, 1, 0, 0, 0, 1$$

Zatim se uvodi parametar r koji ima ulogu indikatora usko zavisnog od promena režima M1,M2 i M3, i koji pokazuje dubinu negativnog trenda u datom tržišnom režimu. Pri tome, režim predstavlja neprekidan niz trgovinskih otisaka u istom stanju M1, M2 ili M3.

Parametar r se meri iznova na početku svakog režima koristeći, kao inicijalnu vrednost, vrednost parametra r koja odgovara poslednjem trgovinskom otisku iz poslednjeg prethodnog istoimenog režima. Dakle pri ulasku u režim M3, kao inicijalna vrednost parametra r, biće korišćena vrednost r_0 iz poslednjeg trgovinskog otiska poslednjeg prethodnog M3 režima.

Posmatrajmo, recimo, režim M1 u trajanju od j trgovinskih otisaka. Označimo sa r_0 vrednost parametra r u poslednjem trgovinskom otisku prethodnog režima M1.

Dalje, označimo sa $A, B \subset \{1, ..., j\}$, $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \{1, ..., j\}$ podskupove skupa otisaka tako da skup A sadrži trgovinske otiske čija je vrednost promenljive ω jednaka 1 a skup B trgovinske otiske čija je vrednost promenljive ω jednaka 0.

Posmatrajmo i-ti trgovinski otisak u datom režimu. Uvode se dve dodatne oznake:

$$DV_i = \sum_{k \in B} q_k$$

$$TV_i = \sum_{k \in A \cup B} q_k$$

Dakle DV sumira količine svih trgovinskih otisaka u negativnom trendu u datom režimu do otiska i, dok TV sumira ukupnu istrgovanu količinu tokom režima zaključno sa otiskom i.

Konačno, definiše se parametar r_i trgovinskog otiska $i \in A \cup B$ sledećom formulom:

$$r_i = \frac{r_0}{1+i} + \left(1 - \frac{r_0}{1+i}\right) \cdot \frac{DV_i}{TV_i}$$

Dakle, kada algoritam uđe u početak novog režima, težinski koeficijent inicijalne vrednosti r_0 počinje od 0.5 i linearno gubi važnost kako se broj otisaka u trenutnom režimu povećava. Treba pomenuti da su inicijalne vrednosti parametra r korišćene pri prvim pojavama $M1, M2$ i $M3$ režima postavljene na 0.35, 0.5 i 0.65 respektivno. Ove početne vrednosti nemaju veliku važnost, jer se koriste samo pri prvim pojavama režima, i usklađene su sa jednostavnom pretpostavkom da će parametar r beležiti veće vrednosti u režimima $M3$ nego u režimima $M1$, zbog načina na koji su režimi definisani.

Naredni parametar koji se uvodi je f, i predstavlja pad datog trgovinskog otiska. Njegova uloga je kvantitativna procena kretanja negativnog trenda, i biće korišten kao jedan od ulaznih parametara funkcije sigmoida, koja će se koristiti za određivanje stope učešća algoritma. Računa se na naizgled komplikovan ali u suštini jednostavan način. Ukoliko se radi o prvom otisku u danu, f će uzimati početnu vrednost -1. Ukoliko se radi o prvom opadajućem otisku u nizu opadajućih otisaka f će uzimati vrednost pada, tj. cenovne razlike posmatranog i njemu prethodnog otiska. Za sve ostale opadajuće otiske, vrednost f se akumulativno uvećava u odnosu na prethodni otisak, tako što se dodaje cenovna razlika. U slučaju kada se posle niza opadajućih otisaka pojavi rastući otisak (desi se rast cene), tada se po specifičnom kriterijumu odlučuje da li se brojanje pada f prekida, ili se nastavlja do pojave značajnijeg signala rasta cene. Zadatak ovog kriterijuma je da spreči prekid brojanja pri zanemarivom rastu cene. Sledi pseudo kod:

- Posmatrajmo proizvoljan otisak j.
- Ukoliko je j prvi otisak u datom danu i $\omega_j = 0$, dakle cena je pala u odnosu na cenu poslednjeg otiska iz prethodnog dana, postavljamo $f_j = -1$.
- Ukoliko je j otisak takav da je $\omega_j = 0$, a pad u prethodnom otisku, f_{j-1}, je nedefinisan, tj. $f_{j-1} = NA$, tada postavljamo vrednost $f_j = p_j - p_{j-1}$.
- Ukoliko je j otisak takav da je $\omega_j = 0$, a prethodni otisak f_{j-1} je definisan, dodeljuje se $f_j = f_{j-1} + p_j - p_{j-1}$.
- Ukoliko je j otisak takav da je $\omega_j = 1$, i prethodni otisak f_j je definisan, to znači da je cena u otisku j skočila u odnosu na otisak $j - 1$, ali su prethodni otisci u opadajućem trendu. U ovom slučaju odluka o tome da li se prekida 'brojanje' pada f ili se nastavlja uprkos rastu cene, donosi se na osnovu sledećih kriterijuma:
  - Naime, vraćamo se unazad do najdaljeg otiska čija je parametar f definisana, tj. do otiska u kojem smo počeli beležiti negativan trend, tj započeli brojanje.
  - Definišemo m kao minimalnu cenu svih otisaka u tom nizu, počevši od otiska gde je započeo negativan trend.
  - Konačno, ako istovremeno važi $p_j - m \leq 3$ i $p_j - p_{j-1} \leq \frac{|f_{j-1}|}{3}$ ponovo dodeljujemo $f_j = f_{j-1} + p_j - p_{j-1}$. U suprotnom, $f_j = NA$, tj. prekida se brojanje.

Sve u svemu, parametar f meri, u kratkoročnom smislu, koliko daleko u negativnom trendu je trgovinski otisak koji posmatramo. Naizgled kompleksna definicija ispisana iznad je neophodna kako bi se izbegle situacije u kojima se prekida brojanje opadajućeg trenda zbog pojedinačnog otiska u kojem je cena recimo porasla za samo 1 ili 2 funte, u otisku u kojem je recimo $f = -20$. Istovremeno, mali rast cene od par jedinica i dalje ima moć da prekine brojanje, ali samo u slučaju kad je ukupan pad koji je dotad izbrojan relativno mali.

p_j	ω_j	f
2905	1	NA
2903	0	-2
2902	0	-3
2902	0	-3
2900	0	-5
2894	0	-11
2895	0	-10
2892	0	-13
2894	1	-11
2893	0	-12
2895	1	-10
2897	1	NA

Tabela 4.2.1: Primer kretanja parametra f

U tabeli 4.2.1 prikazan je primer u kojem brojanje prestaje tek kada se pojavi ozbiljnija indikacija da je napušten negativan trend, tj. u trenutku kada bi f imao vrednost -8, što izaziva prekid brojanja jer je maksimalan f do tog otiska imao vrednost -13 pa je, znajući da je $m = 2892$ minimalna cena svih otisaka u opadajućem nizu, narušen uslov $p_j - m = 2897 - 2892 = 5 \nleq 3$.

5 Algoritmi i optimizacija

Ovaj deo rada obuhvata formulaciju specifičnih strategija algoritamskog trgovanja, kalibraciju tj. trening jedne od njih na većem delu podataka, a zatim testiranje na preostalom skupu podataka. Problemu se pristupa iz ugla brokera koji izvršava naloge na tržištu, i ima za cilj da postigne minimalan mogući VWAP, tj. sveukupno kupuje po najnižom mogućoj ceni.

5.1 Strategije algoritama

Posmatraju se dva algoritma, $Algo1$ i $Algo2$ od kojih će $Algo1$ poslužiti kao reper i neće sadržati optimizaciju, dok će $Algo2$ biti kreiran na osnovu optimalnog parametra koji diktira njegovu strategiju. Podaci će se podeliti u dva skupa, skup za optimizaciju ili trening, i skup za testiranje i upoređivanje rezultata algoritama. Oba posmatrana algoritma će biti okarakterisana sa dva dijametralno suprotna ponašanja. Naime, algoritmi će sadržati agresivnu i pasivnu komponentu, koje će biti aktivirane u zavisnosti od kretanja uslova na tržištu.

Pre definicije komponenata uvode se sledeće oznake, od kojih su neke već poznate:

- b - nezavisna promenljiva - izduženost sigmoida
- q_i količina trgovinskog otiska i
- p_i cena trgovinskog otiska i
- r_i parametar r trgovinskog otiska i
- f_i parametar 'fall' trgovinskog otiska i
- $s_i(b)$ vrednost sigmoida izduženosti b u tački f_i
- $\overline{q_i}$ količina koju je algoritam kupio u trgovinskom otisku i

Karakteristike algoritama Algo1 i Algo2

Osnovna razlika između algoritma $Algo1$ i algoritma $Algo2$ se ogleda u načinu definisanja stope učešća, tj. stope koja određuje relativan udeo koji algoritam kupuje od ukupne količine proizvoljnog trgovinskog otiska. $Algo1$, koji predstavlja reper sa kojim će se $Algo2$ upoređivati, ima fiksnu stopu učešća, koja uzima vrednosti $9\%, 12\%$ i 15% respektivno u M1, M2 i M3 režimima. Stopa učešća u algoritmu $Algo2$ je definisana preko pomenute funkcije sigmoida $s_i(b)$. Obzirom da se vrši simulacija realnog trgovanja, da se ne bi postavljalo pitanje impakta trgovine, pretpostavlja se da algoritmi kupuju procenat od ukupne trgovane količine.

Funkcija sigmoida u algoritmu $Algo2$ će se takođe posebno definisati za svaki od režima, jer je cilj stopu učešća prilagoditi različitim uslovima na tržištu. Različite vrednosti parametara koji određuju oblik sigmoida će imati bitan uticaj na ponašanje algoritma u zavisnosti od režima. Na primer, u režimu $M1$ algoritam nikada neće kupovati sa više od 30% učešća na tržištu, dok će u režimu $M3$ taj procenat maksimalno moći da dostigne i do 40%. Sigmoid se definiše na sledeći način:

$$s_i(b) = \alpha + \frac{\beta}{1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})}}$$

gde mera f_i u suštini objašnjava koliki je pad cene u kojem se trenutno nalazimo (npr. ako su cene poslednja 4 trade printa $100, 98, 97, 96$, pad f_i će imati vrednost 4. Ova vrednost je zapravo "tačka"u kojoj mi vrednujemo našu sigmoid funkciju, a glavni parametar koji će biti predmet optimizacije je označen sa b, i pored toga što određuje izduženost sigmoida, to je i tačka nakon koje sigmoid skoro dostiže svoju maksimalnu vrednost $\alpha + \beta$. Na grafiku 5.1.1, mogu se videti izgledi sigmoida $s_i(b)$ za vrednosti $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.3$, $b \in \{10, 13, 16\}$. Poenta sigmoida je da aproksimira učešće algoritma na tržištu, pa je logično da će algoritam kupovati više u onim trgovinskim otiscima čija promenljiva f_i, tj. pad ima visoku vrednost. Odatle dolazi i motivacija za ovakav oblik sigmoida.

Sada sledi opis načina trgovanja, iliti ponašanja komponenata algoritama $Algo1$ i $Algo2$ u zavisnosti od tržišnih uslova, tj. da li je na snazi M1, M2 ili M3 režim.

Definicija - Algoritamske strategije 5.1. *Nezavisno od režima, pretpostavlja se da algoritmi imaju dve opcije, zavisno od toga da li je cena porasla ili pala u proizvoljnom trgovinskom otisku, ponašanje izgleda ovako:*

- ***Cena poraste*** $\omega_i = 1$*: Tada algoritmi* $Algo1$ *i* $Algo2$ *imaju isto ponašanje, tj. njihove agresivne komponente izvršavaju naloge, preskaču raziku između kupovne i prodajne cene, i kupuju sledeću količinu:*

  $$\overline{q_i} = (1 - r_i) \cdot u \cdot q_i$$

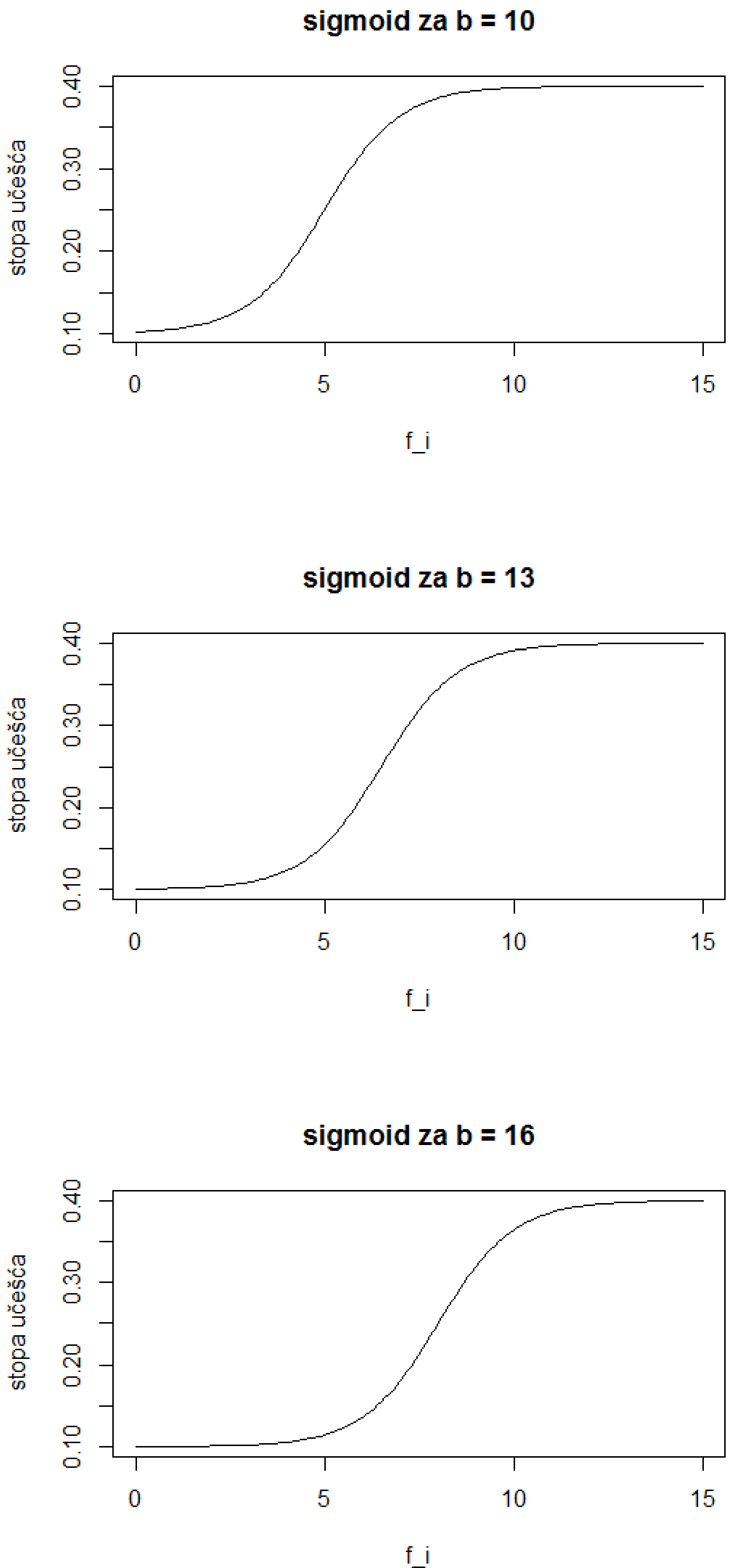
  gde promenljiva u predstavlja procentualno učešće i uzima vrednosti $5\%, 10\%$ *i* 15% *respektivno u M1, M2 i M3 režimima.*

- ***Cena padne*** $\omega_i = 0$*: U ovom slučaju postoji razlika u ponašanju algoritama* $Algo1$ *i* $Algo2$*. Naime, pasivne komponente algoritama kupuju, pretpostavlja se da druga strana preskače razliku između kupovne i prodajne cene i izvršavaju se pasivni nalozi sa sledećom količinom, u zavisnosti o kojem se algoritmu radi:*

  $$Algo1: \quad \overline{q_i} = r_i \cdot v \cdot q_i$$

  $$Algo2: \quad \overline{q_i} = r_i \cdot s_i(b) \cdot q_i$$

  gde takođe parametri (α, β) *u* $s_i(b)$ *uzimaju vrednosti* $(0.05, 0.25)$, $(0.075, 0.275)$ *i* $(0.1, 0.3)$ *respektivno u M1, M2 i M3 režimima, dok parametar v kod algoritma* $Algo1$ *uzima vrednosti* $9\%, 12\%$ *i* 15%.



Slika 5.1.1: Sigmoidi za *b* vrednosti 10,13 i 16

Sada nije teško shvatiti svrhu svakog od parametara. Primetimo prvo, da kada parametar r_i ima velike vrednosti, tj. po njegovoj definiciji se cena nalazi u opadajućem trendu, tada pasivne komponente algoritama kupuju značajno veći udeo tržišta za razliku od agresivnih komponenata, koje kupuju veći udeo onda kada se prodajna cena penje. Takođe, može se primetiti i da parametri α, β i u imaju dosta veće vrednosti u $M3$ nego u $M1$ režimu. Razlog tome je način na koji su režimi definsiani, sa ciljem da $M1$ režim obuhvati periode rasta, a $M3$ režim periode opadanja cene.

5.2 Optimizacija

Da bi se algoritmi uporedili, posmatraće se njihova kupovina na skupu podataka koji ćemo ostaviti za testiranje. Naime, podaci se dele u dva dela. Prvi deo sadrži prvih 15 od 20 dostupnih dana iz posmatranog skupa podataka, i na njemu će se izvršiti trening algoritma $Algo2$ u cilju određivanja optimalnog parametra b koji figuriše u okviru sigmoida čija je uloga da određuje učešće u kupovini pasivne komponente istog algoritma. Drugi deo podataka će sadržati poslednjih 5 dana i na njemu će se testirati oba algoritma i uporediti njihovi rezultati.

5.2.1 Funkcija cilja

Posmatrajmo prvih 15 dana skupa podataka. U cilju kalibracije parametra b, tj. optimizacije trgovanja algoritma $Algo2$ na trening skupu, možemo da definišemo funkciju cilja, koja predstavlja količinski ponderisanu prosečnu cenu, tj. VWAP koji algoritam ostvaruje kupujući tokom vremenskog perioda od 15 dana. Radi se o realnoj funkciji jedne promenljive, i to izduženosti sigmoida b. Uz činjenicu da je kupovina zavisna od aktivne i pasivne komponente algoritma, cilj je postići optimalnu kupovinu pasivnim nalozima, gde će oblik sigmoida odrediti količinu koju algoritam kupuje. Logično, što cena bude postizala veći pad, tj. parametar f bude primao značajnije vrednosti, algoritam će koristiti priliku i plasirati pasivne naloge sa većim količinama. Dakle, funkcija cilja je:

$$F(b) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{q_i} \cdot p_i}{\sum_{i=1}^{n} \overline{q_i}}$$

gde su parametri, podsećanja radi:

- p_i cena trgovinskog otiska i
- $\overline{q_i}$ količina koju je naš algoritam kupio u trgovinskom otisku i
- n ukupan broj trgovinskih otisaka

Ukoliko uvedemo definiciju skupova I i J sličnu definiciji skupova A, B korišćenih u kreiranju parametra r, na sledeći način:

$$I, J \subset \{1, ..., n\}, \quad I \cap J = \emptyset, \quad I \cup J = \{1, ..., n\}$$

$$I = \{i \in \{1, ..., n\} : \omega_i = 1\}$$

$$J = \{i \in \{1, ..., n\} : \omega_i = 0\}$$

funkciju cilja možemo zapisati kao:

$$F(b) = \frac{\sum_{i\in I} \overline{q_i} \cdot p_i + \sum_{i\in J} \overline{q_i} \cdot p_i}{\sum_{i\in I} \overline{q_i} + \sum_{i\in J} \overline{q_i}}$$

Dalje, kupljene količine možemo predstaviti kao:

$$\overline{q_i} = \begin{cases} (1 - r_i) \cdot u \cdot q_i & \text{, i} \in \text{I} \\ r_i \cdot s_i(b) \cdot q_i & \text{, i} \in \text{J} \end{cases}$$

gde je

$$s_i(b) = \alpha + \frac{\beta}{1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})}}$$

i uređena trojka (u, α, β) uzima vrednosti

$$(0.05, 0.05, 0.25), \quad (0.10, 0.075, 0.275) \quad i \quad (0.15, 0.10, 0.30)$$

respektivno u režimima M1, M2 i M3.

Sada računamo prvi izvod funkcije F:

$$F'(b) = \frac{\frac{d}{db}\big(\sum_{i=1}^n \overline{q_i} \cdot p_i\big) \cdot \sum_{i=1}^n \overline{q_i} - \sum_{i=1}^n \overline{q_i} \cdot p_i \cdot \frac{d}{db}\big(\sum_{i=1}^n \overline{q_i}\big)}{(\sum_{i=1}^n \overline{q_i})^2}$$

gde su

$$\frac{d}{db}\big(\sum_{i=1}^{n} \overline{q_i} \cdot p_i\big) = \frac{d}{db}\big(\sum_{i\in I} \overline{q_i} \cdot p_i\big) + \frac{d}{db}\big(\sum_{i\in J} \overline{q_i} \cdot p_i\big) = \sum_{i\in I} 0 + \sum_{i\in J} p_i q_i r_i \frac{d}{db}\big(s_i(b)\big)$$

$$\frac{d}{db}\big(\sum_{i=1}^{n} \overline{q_i}\big) = \frac{d}{db}\big(\sum_{i\in I} \overline{q_i}\big) + \frac{d}{db}\big(\sum_{i\in J} \overline{q_i}\big) = \sum_{i\in I} 0 + \sum_{i\in J} q_i r_i \frac{d}{db}\big(s_i(b)\big)$$

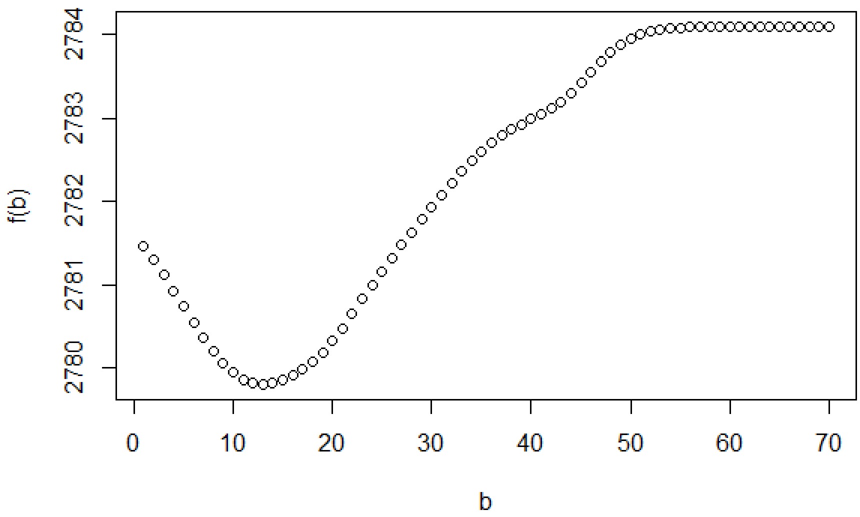
dodatno računamo $\frac{d}{db}[s_i(b)]$:

$$\frac{d}{db}\big(s_i(b)\big) = \frac{d}{db}\big(\alpha + \frac{\beta}{1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})}}\big) = \frac{-\beta}{(1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})})^2} \cdot \frac{d}{db}\big(1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})}\big) =$$

$$= \frac{-\beta}{(1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})})^2} \cdot e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})} \cdot \frac{d}{db}\big(-f_i + \frac{1+b}{2}\big) = \frac{-\frac{\beta}{2}}{(1 + e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})})^2} \cdot e^{-(f_i - \frac{1+b}{2})}$$

Može se primetiti i da je $\frac{d}{db}\big(s_i(b)\big) < 0$ što je logično, jer kada b raste, čitav sigmoid se kreće u desno. Štaviše, $\lim_{b\to\infty} s_i(b) = \alpha$, nezavisno od f_i.

5.2.2 Opadajući gradijent

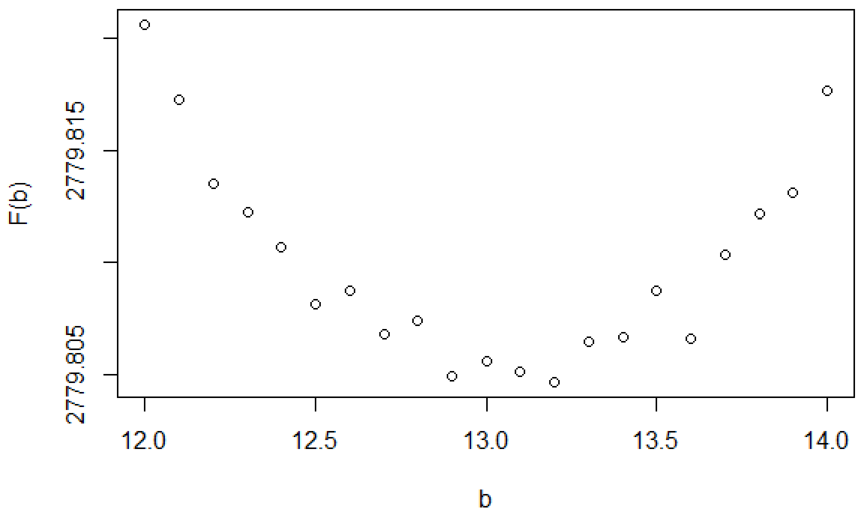


Slika 5.2.1: Prikaz grafika funkcije F kroz vrednosti u tačkama $\{1, 2, \ldots, 70\}$

Na slici 5.2.1 prikazan je grafike funkcije F na kojem se jasno vidi da se minimizator funkcije F može očekivati u intervalu $[12, 14]$, pa će ta informacija biti iskorištena u procesu inicijalizacije algoritma, tj. u biranju početnih vrednosti iterativnog niza. Treba primetiti još jednu zanimljivu osobinu funkcije, a to je da ima asimptotsko ponašanje kada $b \to \infty$, što je logično, jer kada b postane dovoljno veliko, sigmoid $s_i(b)$ počinje da prima oblik konstantne funkcije sa vrednosti α.

Konačno na red dolazi optimizacija, gde će biti korišten algoritam koji se može predstaviti kao hibrid algoritama 1.2 i 1.3. Tačnije, od gradijentnog metoda i algoritma 1.3 preuzima se izbor opadajućeg pravca, ali se ne vrši tačno linijsko pretraživanje već korak 2. algoritma 1.2. Dakle, dužina koraka se određuje pomoću Armijo uslova.

Takođe, na prvi pogled funkcija izgleda kao da je konveksna, i stvara, ispostavlja se, lažni utisak lepog oblika pogodnog za optimizaciju. Na slici 5.2.2 mogu se videti vrednosti funkcije u 21 tački u intervalu $[12, 14]$, gde se jasno vidi da funkcija nije konveksna, i da sadrži dosta lokalnih minimuma.



Slika 5.2.2: Prikaz grafika funkcije F kroz vrednosti u tačkama $\{12, 12.1, 12.2, ..., 14\}$

S obzirom da f nije konveksna, potrebna je obazrivost pri izboru početnih vrednosti i dodatna izmena u samoj strategiji opisanih algoritama. Naime, može da se desi zaglavljivanje u lokalnom minimumu funkcije, pa će iz tog razloga algoritam sadržati dodatnu komponentu, koju nazivamo slučajna inicijalizacija, i ona će pomoći u prevazilaženju ovih problema, ili barem povećati šanse uspeha optimizacionog algoritma. Konkretno, algoritam će biti izvršen sa čitavim skupom početnih vrednosti, a za konačnog minimizatora biće izabrana tačka u kojoj se postiže najmanja pronađena vrednost funkcije F. Sledi minimizacioni algoritam:

Algoritam 5.1. *Neka su date realne konstante $m_1, m_2, y, \alpha > 0$ i prirodan broj j. Neka je $b_0 \in \mathbb{R}^{(1+\frac{m_2-m_1}{y})}$ vektor koji sadrži vrednosti $\{m_1, m_1 + y, m_1 + 2y, ..., m_2 - y, m_2\}$.*

- *Korak 1:(Slučajna inicijalizacija) Za svako $\overline{b_i} \in b_0$, $i \in \{1, 2, ...(1 + \frac{m_2-m_1}{y})\}$ odabrati proizvoljnu početnu vrednost b_i^0 iz intervala $(\overline{b_i} - \frac{y}{2}, \overline{b_i} + \frac{y}{2})$. Izračunati $\nabla F(b_i^0)$, i izvršiti korak 2.*

- *Korak 2:(Linijsko pretraživanje) Iteriramo sa $k \in \{1, 2, ..., j\}$ počevši od $k = 1$, vršeći linijsko pretraživanje:*

  (i) $k = 1$,

  (ii) $\lambda = 10$

  (iii) Ako je $F\big(b_i^k - \lambda\nabla F(b_i^k)\big) < F(b_i^k) - \alpha\lambda\nabla F(b_i^k)^2$ *ići na (v), u suprotnom na (iv).*

  (iv) Izabrati $\lambda = 0.1\lambda$. *Ako je* $\lambda > 5 \cdot 10^{-8}$, *postaviti* $k = k + 1$ *i ići na (iii). U suprotnom,* λ *je postalo suviše malo, ići na (vi).*

(v) $\lambda_k = \lambda, \quad b_i^{k+1} = b_i^k - \lambda_k \nabla F(b_i^k)$ *Ako je* $k < j$ *postaviti* $k = k + 1$ *i ići a (ii), u suprotnom idi na (vi)*

(vi) $b_i^* = b_i^k$

- *Korak 3: Uzimajući u obzir sve* $i \in \{1, 2, ..., (1 + \frac{m_2 - m_1}{y})\}$ *odabrati*

$$b^* = \arg\min_{b_i^*} F(b_i^*) \qquad F^* = F(b^*)$$

Realne konstante m_1, m_2 predstavljaju granice intervala u kom se vrši minimizacija, dok konstanta y određuje dužinu podintervala na koje se deli glavni interval. Slučajno se bira po jedna proizvoljna početna vrednost b_i^0 iz svakog podintervala, i vrši najviše j iteracija gradijentnog metoda za dati parametar α i početno $\lambda = 10$. Izbor $\lambda = 10$ je motivisan činjenicom da su vrednosti gradijenta funkcije $\nabla F(b)$ male, pa želimo da izbegnemo suviše mali napredak u slučaju kada je početna vrednost relativno daleko od minimizatora. Razlog smanjivanja λ sa faktorom $\frac{1}{10}$ je činjenica da je računanje vrednosti funkcije u bilo kojoj tački vremenski dosta zahtevno. Iz istog razloga, pri traženju odgovarajućeg parametra λ u linijskom pretraživanju, odustaje se kada λ padne ispod granice $5 \cdot 10^{-8}$ jer je svaka iteracija tokom linijskog pretraživanja takođe relativno skupa. Proces slučajne inicijalizacije nam drastično povećava šanse da izbegnemo lokalne minimume, jer u suštini proces minimizacije ponavljamo mnogo puta iz mnogo različitih početnih tačaka, pa i ako algoritam ne uspe konvergirati u globalni minimizator, postoje solidne šanse da se u jednoj od iteracija i dovoljno približi lokalnom minimumu koji će biti zadovoljavajući.

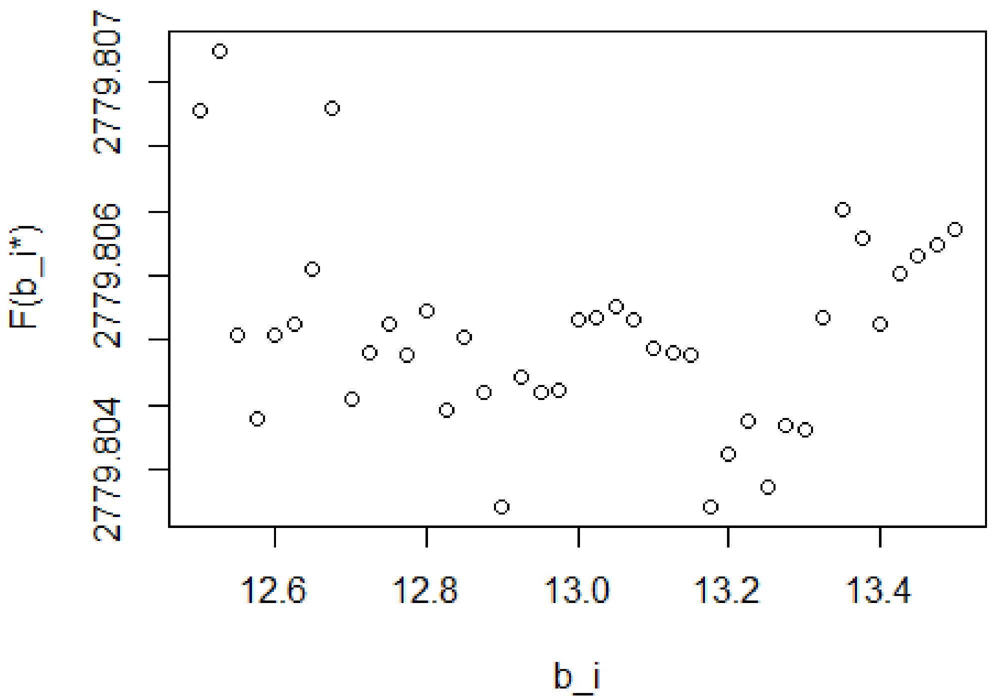
Za potrebe istraživačkog dela ovog rada, algoritam 5.1 je pokrenut za vrednosti parametara $m_1 = 12.5$, $m_2 = 13.5$, $y = 0.025$, $\alpha = 0.01$ i $j = 10$. Dakle algoritam izvršava optimizaciju za 41 različitu početnu vrednost, koristeći maksimalno 10 iteracija.

U tabeli 5.2.1 mogu se videti vrednosti funkcije F u poslednjim iteracijama b_i^k za svako i.

Svakako, lepši prikaz rezultata algoritma nalazi se na slici 5.2.3, gde su grafički prikazane iste vrednosti. Može se primetiti da su najmanje vrednosti funkcije F postignute za početne vrednosti b_i^0 odabrane iz intervala $[12.9 - \frac{y}{2}, 12.9 + \frac{y}{2}]$ i $[13.175 - \frac{y}{2}, 13.175 + \frac{y}{2}]$, tj intervala $[12.8875, 12.9125]$ i $[13.1625, 13.1875]$. Odgovarajuće vrednosti funkcije možemo pročitati iz tabele 5.2.1, i one iznose respektivno 2779.80370433 i 2779.80371357. Dakle, minimalna vrednost funkcije postignute algoritmom 5.1 iznosi 2779.80370433, a više informacija o procesu koji je doveo do te vrednosti su prikazani u tabeli 5.2.2. Dakle maksimalno b_i^* je postignuto za $i = 17$, i za početnu vrednost $b_{17}^0 = 12.9012435478$. Algoritam se zaustavio već nakon 4 iteracije, iz razloga što je linijsko pretraživanje postalo suviše zahtevo po našem kriterijumu, tj. parametar λ je pao ispod $5 \cdot 10^{-8}$. Konačno, minimizator funkcije je $b^* = 12.9868055833$ a vrednost funkcije F u minimumu je $F^* = F(b^*) = 2779.80370433$.

Opsezi vrednosti $\overline{b_i^0}$		Vrednosti $F(b_i^*)$		
12.5 , 12.575	2779.80677612	2779.80724396	2779.80504128	2779.80438413
12.6 , 12.675	2779.80504090	2779.80513125	2779.80555675	2779.80678958
12.7 , 12.775	2779.80453782	2779.80490902	2779.80512021	2779.80488035
12.8 , 12.875	2779.80522487	2779.80446244	2779.80501878	2779.80459633
12.9 , 12.975	**2779.80370433**	2779.80470739	2779.80460182	2779.80461220
13.0 , 13.075	2779.80515376	2779.80517914	2779.80526497	2779.80516092
13.1 , 13.175	2779.80494025	2779.80490839	2779.80487876	**2779.80371357**
13.2 , 13.275	2779.80411278	2779.80436997	2779.80385969	2779.80434719
13.3 , 13.375	2779.80430509	2779.80516970	2779.80601416	2779.80578878
13.4 , 13.475	2779.80512240	2779.80550781	2779.80565372	2779.80574496
13.5	2779.80585438			

Tabela 5.2.1: Opsezi vrednosti b_i^0, po 4 u svakoj u vrsti, i dobijene vrednosti $F(b_i^*)$ za $i \in \{1, 2, ..., 41\}$



Slika 5.2.3: Grafički prikaz dobijenih vrednosti $F(b_i^*)$ u odnosu na vrednosti $\overline{b_i}$.

iteracija k	b_{17}^k	$F(b_{17}^k)$	$F'(b_{17}^k)$
1	12.9012435478	2779.80537794	-0.00497252685497
2	12.9017408005	2779.80534389	-0.00495933545986
3	12.9513341551	2779.80529962	-0.00354714281833
4	12.9868055833	2779.80370433	-0.00258822494921

Tabela 5.2.2: Tabela sa iteracijama algoritma za najbolje izabranu početnu vrednost b_{17}^0.

5.3 Testiranje i rezultati

Pre samog testiranja, podsetimo se definicije 5.1 algoritama $Algo1$ i $Algo2$. Dok su agresivne komponente algoritama ekvivalentne, i kupuju sa jednakim nivoom agresivnosti, pasivne komponente se značajno razlikuju. Stopa učešća algoritma $Algo1$ je fiksirana u svakom režimu, dok je stopa učešća algoritma $Algo2$ određena funkcijom sigmoida $s_i(b)$.

Kako je konačno određen optimalni parametar $b^* = 12.9868055833$ za koji algoritam $Algo2$ ostvaruje najbolji VWAP tokom prvih 15 dana, na kojima je izvršena kalibracija, možemo postaviti pitanje opravdanosti uvedene funkcije sigmoida, koja je ključna razlika između strategija algoritama $Algo1$ i $Algo2$. Da bismo dali odgovor na pitanje da li sigmoid sa unapred kalibrisanim parametrom b na istorijskim podacima ima smisla, posmatraju se rezultati oba algoritma na poslednjih 5 dana koji nisu korišteni u optimizaciji.

VWAP ukupno 2669.398	VWAP u $M1$ 2673.391	VWAP u $M2$ 2675.571	VWAP u $M3$ 2663.707
Kupljeno ukupno 1179672	Kupljeno u $M1$ 195275	Kupljeno u $M2$ 406470	Kupljeno u $M3$ 577927

Tabela 5.3.1: Ostvareni rezultati kupovine algoritma $Algo1$ prilikom testiranja.

VWAP ukupno 2668.279	VWAP u $M1$ 2672.495	VWAP u $M2$ 2674.559	VWAP u $M3$ 2663.959
Kupljeno ukupno 1194961	Kupljeno u $M1$ 166589	Kupljeno u $M2$ 352848	Kupljeno u $M3$ 675524

Tabela 5.3.2: Ostvareni rezultati kupovine algoritma $Algo2$ prilikom testiranja.

U tabelama 5.3.1 i 5.3.2 mogu se videti detalji kupovine oba algoritma. Ukupne kupljene količine test perioda od 5 dana su približno jednake za oba algoritma. Algoritam $Algo2$ je istovremeno uspeo da kupi veći broj akcija, ali i da ostvari značajno bolje rezultate u režimima $M1$ i $M2$. Sa druge strane je ostvario nešto lošiji VWAP tokom $M3$ režima, ali je sveukupno postigao bolji VWAP tokom čitavog perioda od 5 dana. Oba algoritma su demonstrirala inteligentnu strategiju pojačane kupovine tokom $M3$ i smanjene kupovine tokom $M1$ režima, ali je to algoritam $Algo2$ u određenoj meri ipak bolje iskoristio, i posledično ostvario sveukupno bolji VWAP za vreme testiranja, što jasno ističe značaj kalibriranog sigmoida. Dakle, u periodima trajanja $M1$ i $M2$ režima tj. periodima rasta i periodima stagnacije, stopa učešća određena kalibriranim sigmoidom se bolje pokazala, što je posledica pažljivijeg doziranja kupovine.

Lošiji rezultat algoritma $Algo2$ u $M3$ režimu se možda može objasniti činjenicom da $M3$ režim generalno obuhvata opadajuće trendove, pa može da se desi da se algoritam $Algo1$ ponaša konstantnije, i u manjoj meri reaguje na promene cene nego $Algo2$, zbog korišćenja fiksne stope učešća i nedostatka sigmoida. Drugim rečima, možda je cena u podacima na kojima je kalibriran sigmoid algoritma $Algo1$ pratila nešto promenljiviji obrazac ponašanja, u odnosu na kretanje cene tokom poslednjih 5 dana na kojima je izvršeno testiranje. Dakle, možda je algoritam $Algo2$ kupovao suviše pohlepno tokom $M3$ stanja.

U svakom slučaju, sveukupni rezultat na čitavom test skupu govori u korist algoritma $Algo2$, i nameće sigmoid funkciju kao pravilniji izbor načina određivanja stope učešća. Iako razlika u ostvarenom VWAP-u od £2669.398 - £2668.279 = £1.119 na prvi pogled ne deluje impresivno, zamislite dva brokera sa zadatkom da izvršavajući naloge kupuju veliku količinu akcija posmatrane kompanije, gde jedan za kupovnu strategiju koristi algoritam $Algo1$, a drugi $Algo2$.

Već nakon nekoliko dana, akumulirana kupljena količina bi očigledno iznosila preko milion akcija, 1,179,672, kao u našem testu, što pomnoženo sa £1.119 iznosi više od £$1,320,000$. To je cena koju bi platio broker koji se opredeli za strategiju algoritma $Algo1$ i kupuje sa fiksnom stopom učešća svojih pasivnih naloga. Primer demonstrira superiornost i benefite algoritma $Algo2$, koji proizilaze iz fleksibilnijeg podešavanja stope učešća, i može da indukuje veliku novčanu uštedu svojim korisnicima.

Zaključak

Karakteristike finansijskih tržišta kao i uslovi na njima zavise od velikog broja faktora, koje je teško ispratiti i obuhvatiti kako zbog velike količine, tako i zbog same dinamike koja vlada na finansijkim tržištima. Zaključci i odluke koje donose učesnici se temelje upravo na svim ovim podacima i zbog toga svaki od učesnika teži da sprovede što bolje analize, kako bi imao što veću sigurnost da koraci koje preduzima vode ka ostvarenju postavljenog cilja.

Za učesnika koji se nalazi u ulozi kupca momenat u kom će izvršiti kupovinu, obim instrumenta koji će kupiti, kao i u kom procentu će tada učestvovati u tržišnom obimu predstavljaju osnovne faktore na osnovu kojih se pravi razlika između uspešne i neuspešne kupovine. Mogućnost prilagođavanja algoritma, njegove agresivne ili pasivne komponente pruža veliku prednost učesniku u vidu efikasnije alokacije svojih sredstava. U radu je izučena strategija kupovine finansijskog instrumenta u zavisnosti od tržišnih uslova.

Nakon analize sirovih podataka i uvođenja dodatnih parametara čija je svrha pružanje korisnih informacija o kretanju cene i ostalih pokazatelja na tržištu, prirodno su definisane dve algoritamske strategije trgovanja, koje, između ostalih parametara, značajno zavise od promena definisanih tržišnih režima. Obe strategije na sličan način koriste predefinisane parametre, ali $Algo2$ ima dodatni nivo inteligencije definišući stopu učešća preko pažljivo kalibrirane sigmoid funkcije, koja mu omogućava da svoju agresivnost prilagodi kretanju cene datog finansijskog instrumenta.

U poslednjem poglavlju se može videti demonstracija i primena modifikovanog gradijentnog metoda u cilju minimizacije funkcije cilja, tj. VWAP-a čija je struktura vrlo interesantna, i glavni razlog za modifikaciju algoritma opadajućeg gradijenta. Na osnovu korišćenih podataka, određena je optimalna izduženost funkcije sigmoida, koja figuriše u okviru pasivne komponente trgovinskog algoritma $Algo2$. Nakon finalnog testiranja oba algoritma zaključuje se da pravilno podešena funkcija sigmoida ima značajan doprinos u određivanju stope učešća algoritma, i pomaže u ostvarivanju povoljnije kupovne cene. Posledično, broker koji se opredeljuje za izvršavanje kupovnih naloga algoritmom koji koristi sigmoid, može da ostvari veliku novčanu uštedu, koja se meri u stotinama hiljada funti, čak i u kratkom vremenskom periodu od 5 dana.

Finansijska tržišta se odlikuju velikom dinamičnošću i konstantnom potrebom za unapređivanjem i usavršavanjem, a komparativne prednostu, u vidu boljeg algoritma, mogu da načine velike razlike iz ugla ostvarenih rezultata učesnika na tržištu.

A Prilozi

Kod za optimizaciju.

```
grad <- function(min=12, max=14, diff=0.05, alpha = 0.01, j = 10){
  x0 <- seq(min, max, by=diff)
  x_final_trace <- c()
  fx_final_trace <- c()
  fxx_final_trace <- c()
  min_values <- c()
  cont <- 1000000
  for (x in x0){
    x <- runif(1,x-diff/2, x+diff/2)
    xtrace <- x
    vector <- f(x)
    ftrace <- vector[1]
    fprim <- vector[2]
    for (i in 1:j) {
      lambda <- 10
      while (f(x - lambda*vector[2])[1] >= vector[1]-alpha*lambda*(vector[2])^2){
        lambda <- 0.1*lambda
        if (lambda < 0.00000005){
          break
        }
      }
      if (lambda < 0.00000005){
        break
      }else{
        x <- x - lambda * vector[2]
        vector <- f(x)
        xtrace <- c(xtrace,x)
        ftrace <- c(ftrace,vector[1])
        fprim <- c(fprim, vector[2])
      }
    }
    keep <- tail(ftrace, 1)
    min_values <- c(min_values, keep)
    if (keep < cont){
      cont <- keep
      x_final_trace <- xtrace
      fx_final_trace <- ftrace
      fxx_final_trace <- fprim
    }
  }
  result <- data.frame("x" = x_final_trace, "f_x" = fx_final_trace, "fprim_x" = fxx_final_trace)
  final_result <- list('min_vales' = min_values, 'result' = result)
  return(final_result)
}
```

Literatura

[1] Barry Johnson, *Algorithmic Trading & DMA*, London, 4Myeloma Press, 2010;

[2] Jorge Nocedal, Stephen J. Wright, *Numerical Optimization*, United States of America, Springer, 2006;

[3] Edward A Leshik, Jane Cralle, *An introduction to Algorithmic trading, Basic to Advanced Strategies*, United Kingdom, John Wiley and Sons Ltd, 2011;

[4] David G. Luenberger, *Investment science*, New York Oxford, Oxford University Press, 1998;

[5] Dragoslav Herceg, Nataša Krejić, *Numerička analiza*, Novi Sad, Stylos, 1997;

[6] John C. Hull, *Options, futures, and other derivatives*, 7. izd., Pearson, 2009;

[7] Robert Kissell, *The Science of Algorithmic Trading and Portfolio Management*, USA, Elsevier, 2014;

[8] Kaufman J. P., *Trading Systems and Methods*, 5. izd. New Jersey: Wiley-Blackwell , 2013;

[9] George Constantinides, Milton Harris, René Stulz, *Handbook of the Economics of Finance*, Elsevier, 2003;

[10] Jakša Cvitanić, Fernando Zapatero, *Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets*, London, England, The MIT Press, 2004;

[11] Anatoly B. Schmidt, *Financial Markets and Trading: An Introduction to Market Microstructure and Trading Strategies*, New Jersey, John Wiley and Sons, 2011;

[12] Maureen O'Hara, *High Frequency Market Microstructure*, Journal of Financial Economics, vol.115 no.2, April 2014, 257-270;

[13] Miles Kumaresan, PhD Thesis, *Optimization of Conditional Trajectories in a Market Place of Multiple Liquidity Pools*, University of Novi Sad, 2010;

[14] Sanja Lončar, PhD Thesis, *Negative Selection - An Absolute Measure of Arbitrary Algorithmic Order Execution*, University of Novi Sad, 2017;

[15] Robert Almgren, Neil Chriss, *Optimal Execution of Portfolio Transactions*, Journal of Risk, vol3. no.2, January 2001, 5-39;

[16] Rajter-Ćirić, Danijela, *Verovatnoća*, Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, 2009;

[17] Lozanov-Crvenković, Zagorka, *Statistika*, Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu.

[18] Jan Fraenkle, Svetlozar T. Rachev, Christian Scherrer, *Market Impact Measurement of a VWAP Trading Algorithm*, Journal of Risk Management in Financial Institutions, vol.4 no.3, 2011, 254-274;

[19] Larry Harris, *Trading and Exchanges: Market Microstructure for Practitioners*, Oxford University Press, USA, 2003;

Kratka biografija

Mirko Dražić je rođen 13. maja 1993. godine u Somboru. Osnovnu školu ”Žarko Zrenjanin” završio je u Apatinu 2008. godine kao nosilac ”Vukove diplome”. Gimnaziju ”Nikola Tesla” u Apatinu završio je 2012. godine sa prosekom 4,63. Zatim je upisao smer Primenjena matematika na Prirodno-matematičkom fakultetu u Novom Sadu, gde je 2015. godine završio osnovne studije sa prosekom 10,00. Iste godine je upisao master studije Primenjene matematike na Prirodno-matematičkom fakultetu i zaključno sa januarskim ispitnim rokom 2017. godine položio je sve ispite sa prosekom 9,94. Tokom studija bio je član marketing tima Departmana za matematiku i informatiku, nastupao za fakultet na košarkaškim takmičenjima, učestvovao na ”ECMI Modelling Week” u Sofiji, proveo jedan semestar na Univerzitetu u Veroni, i pohađao letnje prakse u bankarskom i IT sektoru. Od avgusta 2017. godine zaposlen je na poziciji konsultanta u ”Evry”-ju, jednoj od vodećih IT kompanija na Nordijskom tržištu.

Novi Sad, mart 2018. Mirko Dražić

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:
RBR

Identifikacioni broj:
IBR

Tip dokumentacije: *monografska dokumentacija*
TD

Tip zapisa: *tekstualni štampani materijal*
TZ

Vrsta rada: *master rad*
VR

Autor: *Mirko Dražić*
AU

Mentor: *prof. dr Nataša Krejić*
MN

Naslov rada: *Optimizacija algoritamskih strategija trgovanja vođena režimom tržišta*
NR

Jezik publikacije: *srpski (latinica)*
JP

Jezik izvoda: *s/e*
JI

Zemlja publikovanja: *Republika Srbija*
ZP

Uže geografsko područje: *Vojvodina*
UGP

Godina: *2018.*
GO

Izdavač: *autorski reprint*
IZ

Mesto i adresa: *Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4*
MA

Fizički opis rada: *5 poglavlja, 49 strana, 19 lit. citata, 8 slika, 12 tabela, prilozi*

FO

Naučna oblast: *matematika*

NO

Naučna disciplina: *primenjena matematika*

ND

Ključne reči: *finansijska tržišta, algoritamsko trgovanje, VWAP, opadajući gradijent, sigmoid, numerička optimizacija*

PO

UDK

Čuva se: *u biblioteci Departmana za matematiku i informatiku, Prirodno-matematičkog fakulteta, u Novom Sadu*

ČU

Važna napomena:

VN

Izvod: *Master rad se bavi mikrostrukturom finansijskih tržišta, algoritamskim trgovanjem, i optimizacijom strategija trgovanja u zavisnosti od uslova na tržištu. Nakon analize vrši se priprema podataka, i formulacija različitih parametara čija je uloga da pomognu pri definiciji inteligentnih strategija trgovanja. Osnovni cilj istraživanja je upoređivanje dva algoritma od kojih jedan kupuje uz fiksnu stopu učešća u svakom od režima, a drugi koristi funkciju sigmoida za određivanje stope učešća, čiji je parametar optimizovan alatima numeričke optimizacije. Osnovni rezultat rada je predstavljen kroz testiranje algoritama, gde se kalibrirana funkcija sigmoida ispostavlja kao opravdana, jer napredniji algoritam ostvaruje povoljniju kupovnu cenu.*

IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN veća: *18.05.2017.*

DP

Datum odbrane: *27.03.2018.*

DO

Članovi komisije:

KO

Predsednik: *dr Danijela Rajter-Ćirić, redovni profesor*
Član: *dr Nataša Krejić, redovni profesor*
Član: *dr Nataša Krklec Jerinkić, docent*

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF SCIENCE
KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:
ANO

Identification number:
INO

Document type: *monograph type*
DT

Type of record: *printed text*
TR

Contents code: *Master thesis*
CC

Author: *Mirko Dražić*
AU

Mentor: *Prof. Nataša Krejić, PhD*
MN

Title: *Market regime driven optimization of Algorithmic Trading strategies*
XI

Language of text: *Serbian (latin)*
LT

Language of abstract: *s/e*
LA

Country of publication: *Republic of Serbia*
CP

Locality of publication: *Vojvodina*
LP

Publication year: *2018.*
PY

Publisher: *author's reprint*
PU

Publ. place: *Novi Sad, Trg Dositeja Obradovića 4*
PP

Physical description: *5 sections, 49 pages, 19 references, 8 figures ,12 table, appendices*

PD

Scientific field: *mathematics*

SF

Scientific discipline: *applied mathematics*

SD

Key words: *financial markets, exchanges, algorithmic trading, VWAP, gradient descent, sigmoid, numerical optimization*

UC

Holding data: *Department of Mathematics and Informatics' Library, Faculty of Sciences, Novi Sad*

HD

Note:

N

Abstract: *The master thesis deals with the microstructure of financial markets, algorithmic trading, and optimization of trading strategies depending on market conditions. After conducting the analysis, data preparation is being done, together with the formulation of various parameters whose purpose is to assist in defining intelligent trading strategies. The main research objective is the comparison of two algorithms, out of which one buys using fixed participation rate, while the other utilizes the sigmoid function to determine the participation rate, whose parameter is optimized by the usage of numerical optimization. The main result of the thesis is presented through the test on the real dataset, where the calibrated sigmoid function turns out to be justified, since the advanced algorithm achieves a more favourable purchase price.*

AB

Accepted by the Scientific Board on: *18.05.2017.*

ASB

Defended: *27.03.2018.*

DE

Thesis defend board:

DB

President: *Prof. Danijela Rajter-Ćirić, PhD*
Member: *Prof. Nataša Krejić, PhD*
Member: *Assist. Prof. Nataša Krklec Jerinkić, PhD*