

## I152: ANALIZA ALGORITAMA

6. APRIL 2015.

1. Prirodan broj  $n$  je *potpun* ako za sve proste brojeve  $p, q$  takve da  $p \mid n$  i  $q < p$  važi  $q \mid n$ . Dokazati da je skup  $A$  svih potpunih brojeva prosto rekurzivan.
2. Neka je  $M$  skup svih prirodnih brojeva koji se mogu prikazati kao zbir  $x + y$  tako da je “redni broj” para  $(x, y)$  u Kantorovoј enumeraciji potpun kvadrat. Dokazati da je  $M$  prosto rekurzivan skup.
3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y) = \left\lfloor x^2 y! \log_2(x + y + 1) \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dati broj  $x$  izračunava najmanji prost broj koji je veći od  $\lfloor (x + 1) \log_3(x + 1) \rfloor$ .
5. Konstruisati graf koji se dobija od 3-KNF

$$\phi(x, y, z) = (x \vee \neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee y \vee z)$$

u postupku redukcije problema  $\neq$ -SAT na problem 3-COL. Ako postoji, konstruisati jedno pravilno bojenje čvorova tog grafa u tri boje.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **SREDA, 8.4. U 11:00** (KLUB NA II SPRATU).