

I152: ANALIZA ALGORITAMA

20. APRIL 2018.

1. Funkcija $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je definisana na sledeći način: $f(0) = 0$, dok je za $n \geq 1$, $f(n)$ jednako broju svih uredjenih trojki (a, b, c) prirodnih brojeva takvih da je $a \leq b \leq c$ i $abc = n$. Dokazati da je $f(n)$ prosto rekurzivna funkcija.
2. Za $0 \leq k \leq n$, *Stirlingov broj druge vrste* $S(n, k)$ predstavlja ukupan broj particija n -elementnog skupa na k klasa. (Pri tome je $S(0, 0) = 1$ i $S(n, 0) = S(0, k) = 0$ za $n, k > 0$.) Poznato je (i lako se kombinatorno dokazuje) da važi

$$S(n+1, k) = k \cdot S(n, k) + S(n, k-1)$$

za sve $1 \leq k \leq n$. Dokazati da je $S(n, k)$ prosto rekurzivna funkcija.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{(xy+3)!}{x+y+2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{(yz+5)!}{y+z+4} \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za uneti prirodan broj n izračunava vrednost funkcije $f(n)$ iz prvog zadatka.
5. U redukciji problema \neq -SAT na problem 3-COL konstruisati graf koji se dobija iz 3-KNF

$$\phi(x, y, z, t) = (x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (y \vee \neg z \vee t) \wedge (\neg x \vee z \vee \neg t).$$

Ukoliko postoji, naći jedno pravilno 3-bojenje čvorova tog grafa, kao i odgovarajuću valuaciju koja \neq -zadovoljava formulu ϕ .

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **PONEDELJAK, 23.4. U 12:00** (ISPRED UČIONI-CE 60).