

I152: ANALIZA ALGORITAMA

16. JUN 2015.

1. Za broj $a \geq 1$ kažemo da je *kvadratni ostatak* po modulu $b \geq 2$ ako i samo ako postoji ceo broj x tako da je $x^2 \equiv a \pmod{b}$. Funkcija $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ je definisano tako da je $f(a, b) = 1$ ako i samo ako je a kvadratni ostatak po modulu b , a u svim drugim slučajevima je $f(a, b) = 0$. Dokazati da je f prosto rekurzivna funkcija.

2. Dokazati da je

$$A = \{c(a, b) : a \text{ je kvadratni ostatak po modulu } b\}$$

(c je Kantorova enumeracija, vidi prethodni zadatak za definiciju kvadratnog ostatka) prosto rekurzivan skup.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y) = \left\lfloor x^3 (y!)^2 \log_3(x + y + 2) \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za ulaz $x \in \{0, 1\}$ vraća vrednost 0, dok za $x \geq 2$ vraća vrednost Ojlerove funkcije $\varphi(x)$.
5. Konstruisati formulu koji se dobija od 3-KNF

$$\phi(x, y, z) = (x \vee \neg y \vee z) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee y \vee z)$$

u postupku redukcije problema 3-SAT na problem \neq -SAT. Ako postoji, naći jednu \neq zadovoljavajuću valuaciju dobijene formule.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **SREDA, 17.6. U 12:00** (KLUB NA II SPRATU).