

I152: ANALIZA ALGORITAMA

16. SEPTEMBAR 2019.

1. Funkcija $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ je definisana na sledeći način. Ako je prirodan broj n član Fibonačijevog niza, tada $g(n)$ vraća *redni broj* broja n tom nizu (pri tome je numeracija $F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 2, F_3 = 3, F_4 = 5, \dots$), dakle $g(n) = m$ tako da je $F_m = n$. U suprotnom, ako n ne pripada Fibonačijevom nizu, tada je $g(n) = 0$. Dokazati da je g prosto rekurzivna funkcija.
2. Za prirodan broj kažemo da je *fascinantan* ako se (na bilo koji, bar jedan način) može prikazati kao zbir uzasptopnih različitih članova Fibonačijevog niza. (Na primer, 16 je fascinantan broj, budući da je $16 = 3 + 5 + 8$, ali, kao što se lako proverava, 12 to nije.) Dokazati da je skup svih fascinantnih prirodnih brojeva prosto rekurzivan.
3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{\text{rest}(x + 1, y + 2) + z}{\lfloor \log_3(xyz + 4) \rfloor + 5} \right\rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dati prirodan broj n izračunava n -ti Fibonačijev broj F_n (sa numeracijom kao u prvom zadatku).
5. Konstruisati graf \mathcal{G}_ϕ koji se dobija u postupku redukcije problema SAT na problem KLIKE, gde je

$$\phi(x, y, z) = (x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee y \vee \neg z).$$

Ako postoji, locirati jednu 3-kliku u dobijenom grafu i odrediti odgovarajuću valuaciju.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPIS OCENA: **UTORAK, 17.9. U 12:00** (ISPRED UČ. 60).