

# I152: ANALIZA ALGORITAMA

10. SEPTEMBAR 2018.

1. Za prirodne brojeve  $x, y$  definišemo da je  $f(x, y) = k$  ako i samo ako se u dekadnim zapisima  $x$  i  $y$  poslednjih  $k$  cifara poklapaju, dok su  $(k + 1)$ -ve cifre (posmatrano zdesna) ili različite, ili  $(k + 1)$ -va cifra (zdesna) ne postoji u nekom od ovih brojeva. Na primer:  $f(1906, 2606) = 2$ ,  $f(2018, 8) = 1$ ,  $f(73, 79) = 0$ . Dokazati da je  $f(x, y)$  prosto rekurzivna funkcija.

2. Dokazati da je skup

$$D = \{n \in \mathbb{N} : \text{postoje } a, b \in \mathbb{N} \text{ tako da je } n = a^2 - b^2\}$$

prosto rekurzivan.

3. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja izračunava vrednosti funkcije

$$f(x, y, z) = \left\lfloor \frac{x! \cdot (y + z)}{(z + 73)^{xy} + 19} \right\rfloor + \lfloor \log_6 (x(y + 1)^z + 26) \rfloor.$$

4. Konstruisati Tjuringovu mašinu koja za dva uneta prirodna broja  $x, y$  izračunava vrednost funkcije  $f(x, y)$  iz prvog zadatka.
5. Nacrtati graf koji u redukciji problema  $\neq$ -SAT na problem 3-bojenja grafova odgovara iskaznoj formuli

$$\phi = (x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (\neg x \vee y \vee z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee \neg z).$$

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **UTORAK, 11.9. U 12:00.**