# A222: TEORIJA AUTOMATA

5. FEBRUAR 2007.

**1.** Monoid $\mathcal{M} = (M, \circ, 1)$ se sastoji iz elementa $0$ i svih reči dužine $\leqslant 2$ nad azbukom $\{a, b\}$ tako da je $0 \circ m = m \circ 0 = 0$ za sve $m \in M$, dok je za reči $u, v \in M \setminus \{0\}$ definisano da je

$$u \circ v = \begin{cases} uv & \text{ako je } |uv| \leqslant 2, \\ 0 & \text{inače.} \end{cases}$$

Konstruisati poluautomat čiji je sintaksni monoid izomorfan sa $\mathcal{M}$.

**2.** Konstruisati DKA koji prihvata jezik predstavljen regularnim izrazom

$$(0(01)^*(1+00)+1(10)^*(0+11))^*.$$

**3.** Konstruisati DKA koji prihvata jezik predstavljen regularnim izrazom

$$(01+011+0111)^*.$$

**4.** Minimizovati bar jedan od automata iz prethodna dva zadataka.

**5.** Za podskup $A$ skupa prirodnih brojeva $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$ definišemo dva jezika: $\mathbf{bin}(A)$ je skup svih binarnih zapisa brojeva koji pripadaju skupu $A$ (i kao takav je jezik nad azbukom $\{0, 1\}$), dok je

$$\mathbf{un}(A) = \{0^n :\ n \in A\}$$

jezik nad jednoelementnom azbukom $\{0\}$. (Na primer, za $A = \{0, 2, 3, 5\}$ imamo $\mathbf{bin}(A) = \{0, 10, 11, 101\}$, dok je $\mathbf{un}(A) = \{\lambda, 00, 000, 00000\}$.)

(a) Naći primer skupa $A$ (naravno, sa dokazom) takvog da je $\mathbf{bin}(A)$ regularan jezik, dok $\mathbf{un}(A)$ to nije. [**5** poena]

(b) Dokazati: ako je skup $X$ aritmetička progresija, tj.

$$X = \{an + b :\ n \in \mathbb{N}_0\}$$

za neke fiksne prirodne brojeve $a, b$, tada je $\mathbf{bin}(X)$ regularan jezik. (*Uputstvo:* razmotriti slučajeve $a > b$ i $a \leqslant b$.) [**10** poena]

(c) Dokazati: ako je $\mathbf{un}(A)$ regularan jezik, onda je to i $\mathbf{bin}(A)$. [**10** poena]

RAD TRAJE **180** MINUTA.

ZADATAK 4 VREDI **15** POENA, ZADATAK 5 **25** POENA, DOK OSTALI ZADACI VREDE PO **20** POENA.

REZULTATI I USMENI DEO ISPITA PO DOGOVORU SA PREDMETNIM NASTAVNIKOM.