

TEORIJA AUTOMATA (II-A2)

24. JUN 2005.

1. Jezici A i B nad azbukom Σ zadovoljavaju sledećih pet uslova:

$$\lambda \in A + B, A^2 \subseteq A, AB \subseteq B, BA \subseteq B, B^2 \subseteq A.$$

Dokazati da tada važi

$$(A + B)^* = A + B.$$

2. Dat je jezik

$$L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ sadrži tačno jedno pojavljivanje reči } aaaa\}.$$

(1) Konstruisati regularni izraz koji predstavlja L . [10 poena]

(2) Konstruisati DKA koji prihvata L . [15 poena]

3. Dat je automat sa skupom stanja $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, nad azbukom $\Sigma = \{0, 1\}$, početno stanje je 0, koje je ujedno i jedino završno stanje, a funkcija prelaza je data sa

$$\delta(q, i) = (q^2 + i) \bmod 5,$$

gde je $0 \leq q \leq 4$, $i \in \{0, 1\}$. Konstruisati minimalni automata ekvivalentan datom.

4. Dokazati sledeću *pojačanu* verziju "pumping" leme.

Jezik $L \subseteq \Sigma^*$ je regularan **ako i samo ako** postoji prirodan broj $k \geq 0$ tako da za sve reči $w \in \Sigma^*$ takve da je $|w| = k$ postoje reči $x, y, z \in \Sigma^*$ tako da je $w = xyz$, $y \neq \lambda$, i za sve $u \in \Sigma^*$, $i \geq 0$ važi

$$wu \in L \iff xy^i zu \in L.$$

(*Uputstvo*: dokaz smera (\Rightarrow) je veoma sličan dokazu same "pumping" leme; za (\Leftarrow) koristiti teoremu Majhil-Neroda.)

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **25** POENA.

REZULTATI: **27. JUN 2005.** (PONEDELJAK) U **10.00**

USMENI: **27. JUN 2005.** (PONEDELJAK) U **10.30**