A2L10: TEORIJA AUTOMATA

KOLOKVIJUM II – 31. MAJ 2007.

1. (a) Navesti (sa dokazom) primer strogo rastućeg niza prirodnih brojeva $\{x_n\}$ tako da jezik $L = \{a^{x_n} : n \geq 1\}$ nije regularan, ali da je pri tome

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{n} < \infty.$$

(b) Navesti (sa dokazom) primer razbijanja skupa prirodnih brojeva na dve klase,

$$\mathbb{N} = X \cup Y,$$

tako da ako elemente skupova X i Y poredjamo u rastuće nizove $\{x_n\}$, odnosno $\{y_n\}$, imamo da jezik $L = \{a^{x_n} : n \geq 1\}$ nije regularan, ali da je pri tome

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x_n}{n} < \infty \quad \text{i} \quad \lim_{n\to\infty} \frac{y_n}{n} < \infty.$$

Tačka (a) vredi **3** poena, a tačka (b) **5** poena.

2. Neka je S konačna polugrupa i neka je $\Gamma \subseteq S$ neki njen generatorni skup, što znači da se svaki element iz S može predstaviti kao proizvod elemenata iz Γ (a ponavljanja su, naravno, dozvoljena). Svaki takav proizvod $\gamma_{i_1} \dots \gamma_{i_m}$ može se posmatrati kao reč nad Γ, tj. element iz Γ^+. Ako za proizvoljan $a \in S$, $L_a \subseteq \Gamma^+$ označava skup svih reči nad Γ koje kada se "izmnože" u S daju za rezultat baš a, dokazati da je L_a regularan jezik.

3. Na skupu stanja $S = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ i za azbuku $\Sigma = \{0, 1\}$ dat je automat $\mathcal{A}$ čija je funkcija prelaza definisana sa

$$\delta(q, i) \equiv (q^2 - i) \pmod 5.$$

Minimizovati ovaj automat, a zatim i odrediti njegov jezik (odgovarajućim regularnim izrazom).

RAD TRAJE **120** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI PO **8** POENA.