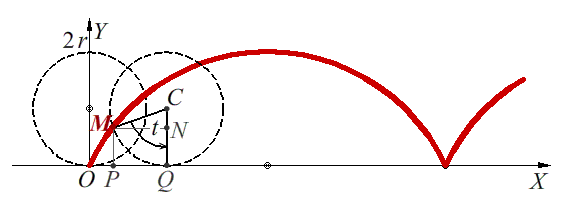
VIII predavanje

Krive višeg reda

Kinematički metod opisivanja krive potiče iz mehanike, a opisuje krivu kao putanju po kojoj se kreće tačka koja sledi određene zakone fizike.

1. Cikloidne krive
2. 1. Cikloida



Kružnica poluprečnika (na slici označeno sa se kotrlja po osi, a tačka sa njene periferije pri tom kotrljanju opisje cikloidu. Izvešćemo ovde parametarske jednačine cikloide. Neka je tačka *O* (koordinatni početak) početni položaj tačke *A* (na slici *M*) koja opisuje cikloidu. je ugao za koji se kružnica obrnula ( na slici je poluprečnik kružnice (na slici obeležen sa Važi, jer je kotrljanje bez klizanja,

Za pretpostavljeni položaj tačke koordinate su

je tačka koja je na slici obeležena sa Međutim, sa slike vidimo da važi

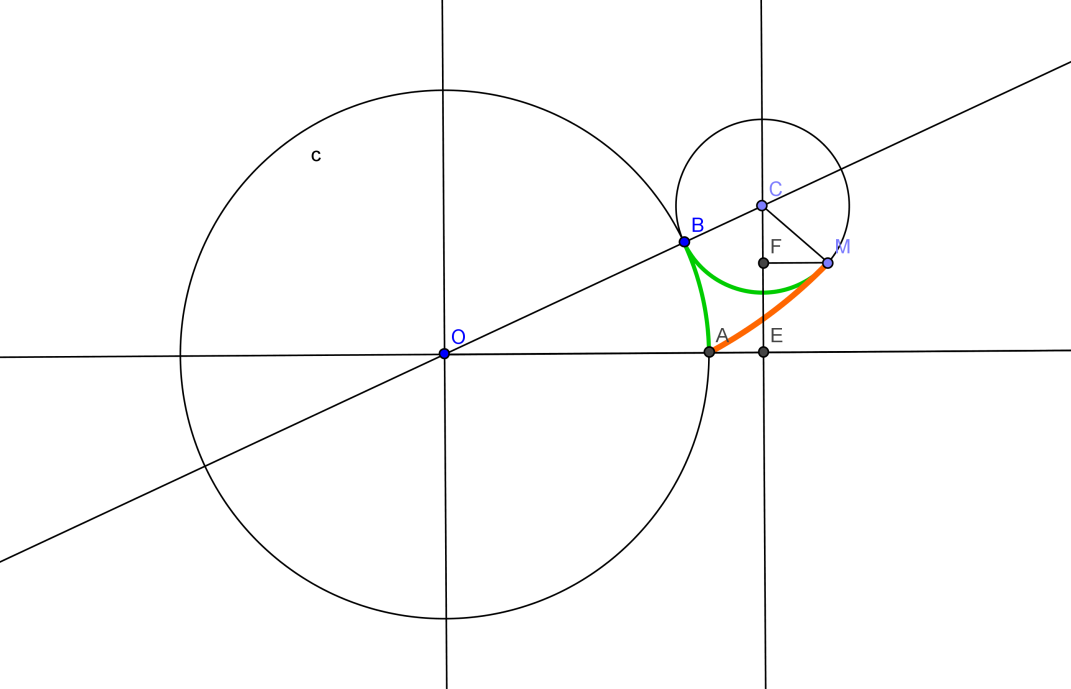
odakle se dobijaju parametarske jednačine cikloide

Sada ćemo izvesti i jednačinu cikloide u Dekartovim koordinatama (druga jednačina je podesnija):

*=*

što je jednačina cikloide u Dekartovim koordinatama. Izraziti kao funkciju od nije moguće u podesnom i elegantnom obliku.

1. 2. epicikloida



Epicikloida nastaje kada se jedna kružnica kotrlja bez klizanja po drugoj kružnici i to kada je pokretna kružnica u spoljašnjoj oblasti nepokretne. Neka je nepokretna kružnica veća, sa poluprečnikom neka je njen centar u koordinatnom početku. Neka je poluprečnik manje kružnice

Neka je situacija u određenom trenutku opisana gornjom slikom, neka je ugao za koji se obrnula pokretna (manja) kružnica i neka je Tada važi odnosno , pri čemu je i (

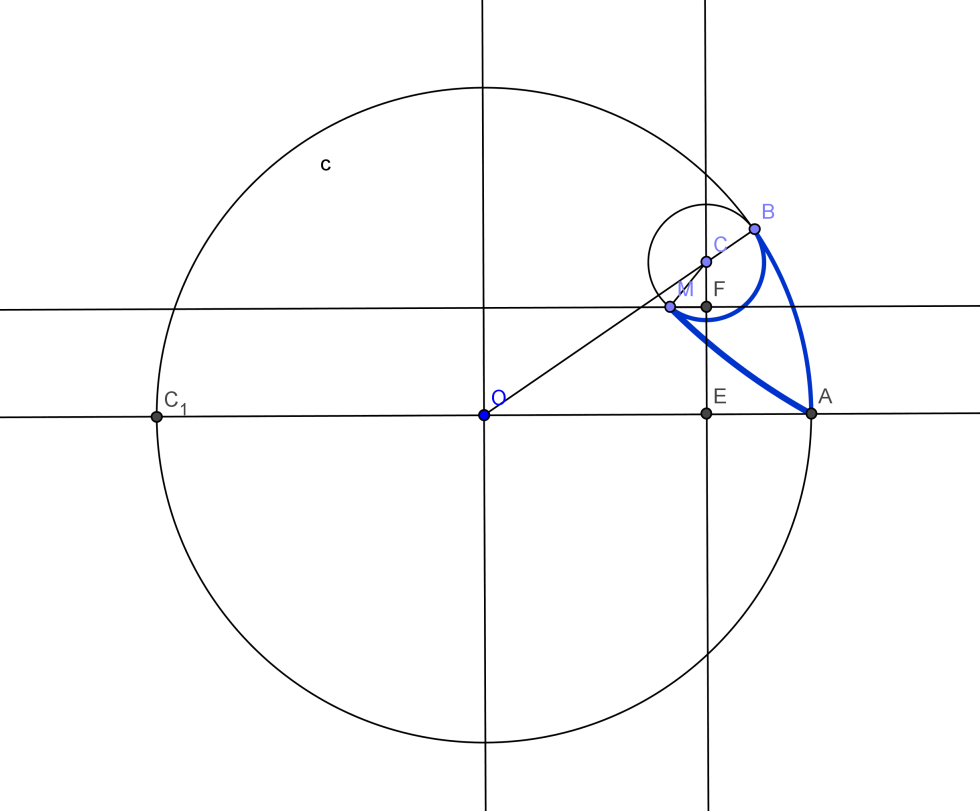
Za tačku koordinate se mogu dobiti na sledeći način

Može da se izračuna

i nisu sporne duži; sada treba naći način da se izraze duži i

Kada to uvrstimo u gornju jednačinu, dobijamo parametarske jednačine epicikloide

* 1. hipocikloida



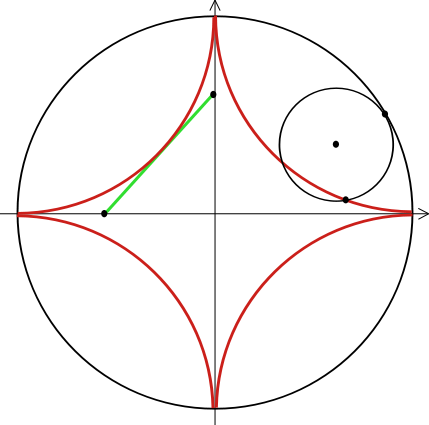
Hipocikloida se dobija na način koji je u potpunosti analogan načinu za dobijanje epicikloide; jedino ovde uvek ima smisla da pokretna kružnica bude manja od fiksne, jer se nalazi u njenoj unutrašnjosti.

Dakle, ponovo važi , je ugao obrtanja,

Za tačku koordinate su gde je Ali, sada je zbog drugačijeg rasporeda tačaka, dok slična relacija važi i za ugao malog trougla koji nam je potreban. Odatle lako dobijamo jednačine hipocikloide na način analogan onom na koji dobijamo jednačine epicikloide

1. 4. astroida

To je specijalni slučaj hipocikloide kada je

  
Uopšte, za dobijamo zvezdaste krive. Šta se dobija kada je

1. Spirale
   1. Hiperbolična spirala je zadata jednačinom u polarnim koordinatama

Važi asimptota je kada Kada onda

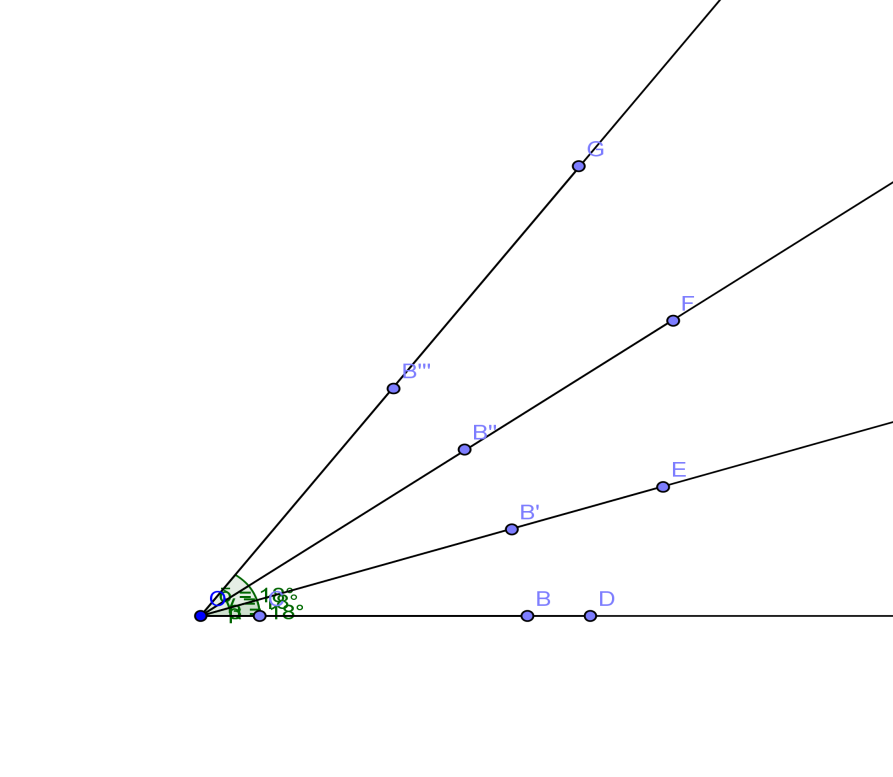
2. 2. Arhimedova spirala ; ako dopustimo mogućnost onda postoje dve grane ove krive.

2. 3. logaritamska spirala

Ako uzima vrednosti

onda uzima vrednosti .

Gornji niz je aritmetički, donji je geometrijski:

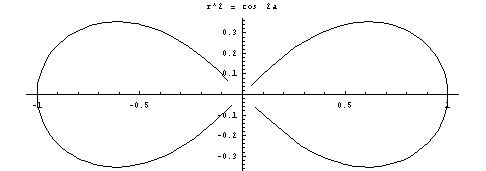


2. 4. sinusoidne spirale

je broj

a to je kružnica koja je translirana po osi tako da prolazi kroz koordinatni početak.

1. a to je prava koja je normalna na osu.

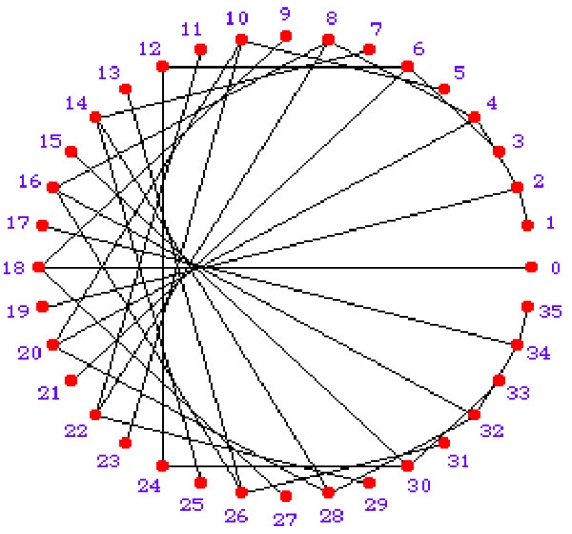
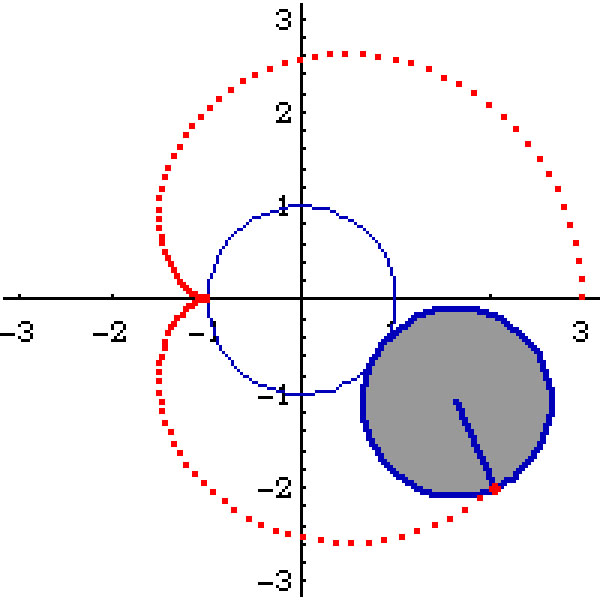


Ovo je Bernulijeva lemniskata ili dvolisna ruža.



Ovo je jednograna hiperbola. Zašto je jednograna?

1. kardioida



1. ovo je parabola

kriva je ograničena i sadrži pol koordinatnog sistema

kriva je neograničena

Sve su simetrične u odnosu na polarnu osu. Ako je prirodan broj, imaće latice.