VI predavanje

Kružnica

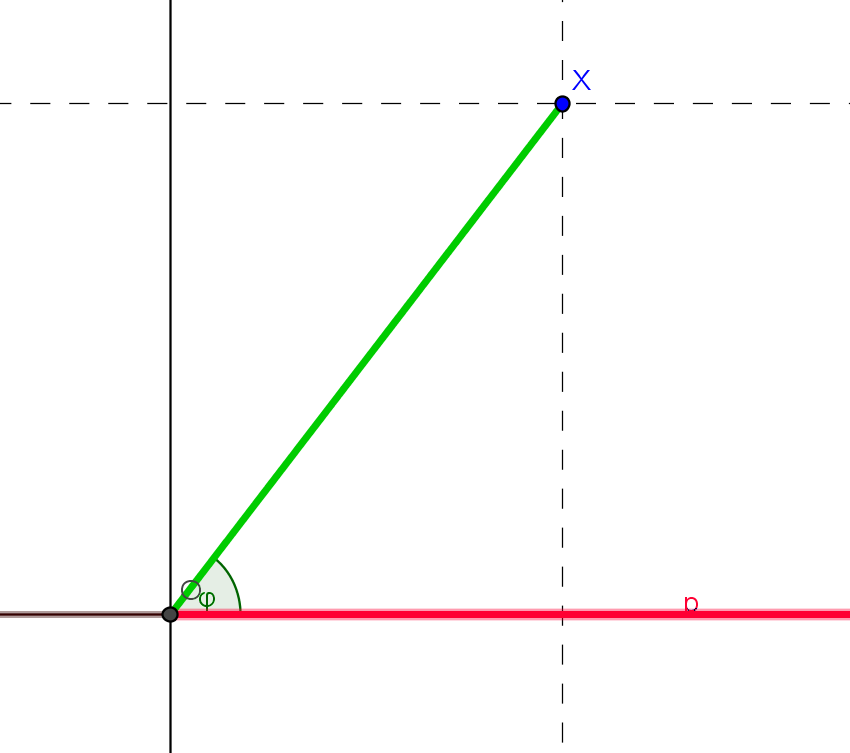
Data je jednačinom gde su koordinate centra, a je poluprečnik, ili

, ili

gde mora da bude zadovoljeno

Bitna je jedinična kružnica.

Polarni koordinatni sistem

Polarne koordinate za neku tačku su ugao koji radijus vektor tačke zaklapa sa osom (pozitivni smer ose) i dužina odstojanja tačke od koordinatnog početka (pola koordinatnog sistema). Ovo odstojanje se obeležava sa

Može se primetiti da važi

Da bi se izbegla višeznačnost, uzima se da je domen za a domen za je [0, 2

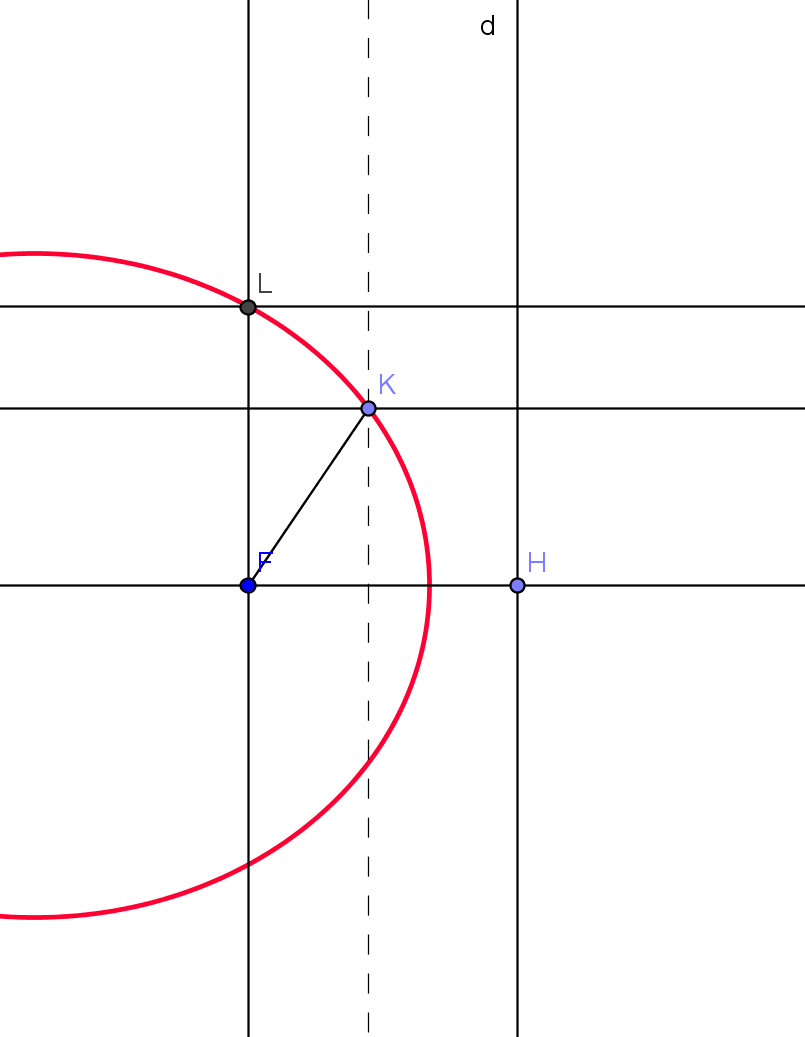
Veza između polarnih i Dekartovih koordinata

Jednačine prelaska iz Dekartov u polarni koordinatni sistem nisu jednoznačno određene.

jedinična kružnica sa centrom u polu.

**Definicija.** Kriva drugog reda (konika) u ravni je kriva za čiju proizvoljnu tačku važi da je odnos njenog odstojanja od fiksne tačke i fiksne prave u toj ravni konstantan.

Izvođenje jednačine krive drugog reda je odličan primer primene polarnog koordinatnog sistema.



Brojna vrednost je taj odnos koji se pominje u definiciji konike.

je tačka na konici koja je istovremeno i na pravoj koja je paralelna sa , a prolazi kroz uzmimo polarni koordinatni sistem u kome je tačka središte, a osa je normalna na Tada za proizvoljnu tačku konike važi :

Odavde dobijamo da važi

što je jednačina krive drugog reda (konike) u polarnom koordinatnom sistemu. Tačka je fokus, a odgovarajuća direktrisa konike. Ako u jednačini zamenimo sa jednačina se ne menja, što znači da je konika simetrična u odnosu na osu polarnog koordinatnog sistema, koja se poklapa sa osom. Tačke pripadaju osi , osim ako je

Klasifikacija konika: elipsa

hiperbola

parabola

za sve moguće vrednosti je konačno i pozitivno, kriva je zatvorena, funkcija je neprekidna.

je konačno i pozitivno za sve osim za

za

za Zbog ove oblasti nedefinisanosti, hiperbola ima dve grane.

Ako želimo da jednačinu prevedemo u Dekartov koordinatni sistem, dobijamo

Odavde sledi

Iz ovoga sledi što daje ), a to daje dve mogućnosti

Ako stavimo vidi se da se dobija jednačina kružnice. Dakle, kružnica je specijalni slučaj elipse za Veličina se zove ekscentricitet krive.

Kada je deljenjem jednačine sa dobijamo

Sada stavimo dobijamo

Ovo je jednačina krive drugog reda, gde je fokus referentna tačka Dekartovog koordinatnog sistema.

Translacijom koordinatnog početka u tačku dobija se, posle deljenja sa

gde je u zavisnosti od toga da li je ili

Dakle, posle ove translacije vidi se da su elipsa i hiperbola simetrične i u odnosu na osu.

Veličine i zovemo poluose elipse i hiperbole.

Hiperbola pripada paru unakrsnih uglova određenih pravama i , koje zovemo njenim asimptotama.

Ako je (parabola), onda važi

odnosno ili

odakle se dobijaju sledeće mogućnosti:

(1)

,

a zatim, translacijom koordinatnog sistema duž ose

Parametarske jednačine ovih krivih su

* elipsa
* parabola ;
* hiperbola

Zašto se konika zove još i kriva drugog reda? Zato što sa pravom može da ima najviše dve zajedničke tačke.

Elipsa i hiperbola imaju dva para fokus-direktrisa, što sledi iz jednačine (1). Osim toga, one su simetrične u odnosu na koordinatne ose, pa prema tome i u odnosu na koordinatni početak.