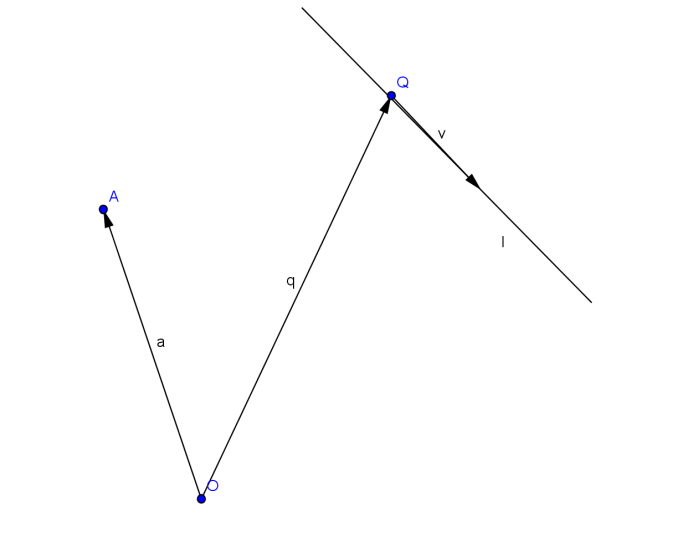
X predavanje

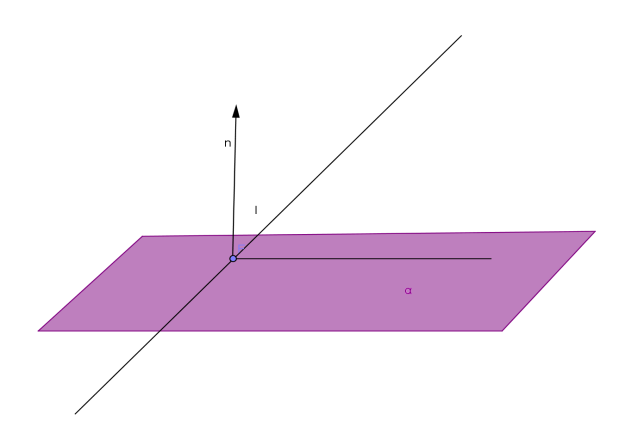
Odstojanje tačke od prave, drugi način:

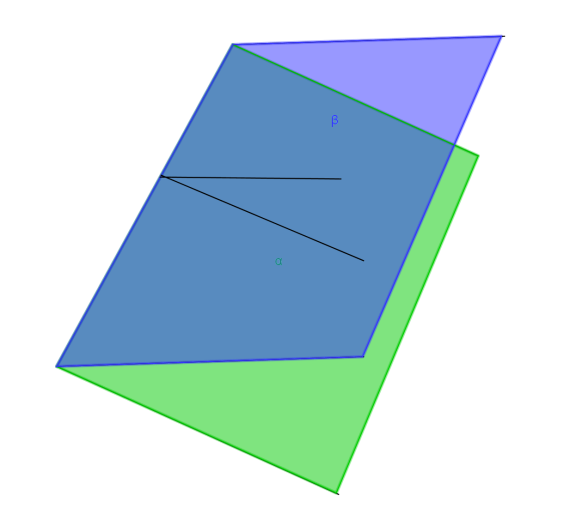
Prava je data svojom tačkom i vektorom pravca tačka ima radijus-vektor a tačka radijus-vektor

 Postoji bezbroj normala iz tačke na pravu one sve pripadaju istoj ravni. Ta ravan prolazi kroz tačku i normalna je na pravu Njena jednačina je tada =Treba naći tačku prodora prave kroz tu ravan i zatim dužinu duži Dakle, odakle dobijamo vrednost parametra

Kada se ova vrednost parametra zameni u jednačinu prave, dobija se radijus-vektor tačke : Odstojanje tačke od tačke je a to u potpunosti odgovara ranije izvedenoj formuli.

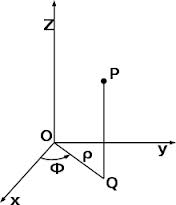
Ugao između dveju pravih, bilo da se one seku ili da su mimoilazne, jeste ugao između njihovih vektora pravca.

Ugao između prave i ravni izračunavamo posredno: to je ugao između prave i njene projekcije na tu ravan. Projekcija prave na ravan je presek ravni sa ravni koja sadrži pravu , a normalna je na ravan Dakle, prema priloženoj slici, to je ugao koji je suplementan uglu između prave i normale na ravan Ak je vektor pravca prave , onda, dakle, važi

 Ugao između dveju ravni je ugao normalnog preseka diedra koji one formiraju, odnosno ugao između pravih i koje su, redom, prva u ravni a druga u ravni normalne na ivicu tog diedra. Pri tome, tačka u kojoj se to posmatra je potpuno proizvoljna. Ako posmatramo normale na i u toj tački, vidimo da je ugao između normala podudaran tom uglu normalnog preseka.

Površi nivoa Dekartovog koordinatnog sistema su ravni!

Krivolinijski koordinatni sistemi u prostoru  
a) cilindrični koordinatni sistem

 Cilindrične koordinate tačke u prostoru su je odstojanje uočene tačke od ose, je ugao između potega tačke i ose, je odstojanje tačke od koordinatne ravni

Ako stavimo onda je Sistem površi nivoa ove vrste je onda sistem koncentričnih cilindara čija je osa –osa.

Ako stavimo dobijamo za sistem površi nivoa ravni koje sadrže osu.

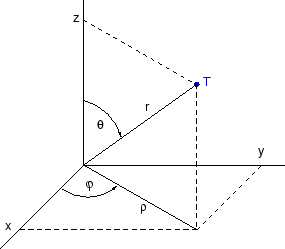
Ako stavimo taj sistem površi novoa su ravni koje su normalne na osu.

nije odstojanje tačke od koordinatnog početka, nego od ose; ono se pri projektovanju na ravan vidi kao u polarnom koordinatnom sistemu.

**Sfera**



b) sferni koordinatni sistem

Ovde imamo tri krivolinijske koordinate, od kojih je jedna dužinska mera (odstojanje tačke od koordinatnog početka), a druge dve su ugaone, i

Veza između Dekartovih i sfernih koordinata je sledeća:

Ugao je ugao između prave povučene kroz koordinatni početak i posmatranu tačku i njene projekcije na ravan. Ugao je ugao između projekcije prave koja prolazi kroz koordinatni početak i posmatranu tačku i ose.

Može se primetiti da važi

Površi nivoa u ovom sistemu:

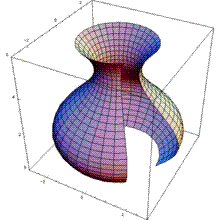
1) Za dobijamo razne koncentrične sfere, čiji je centar u koordinatnom početku.

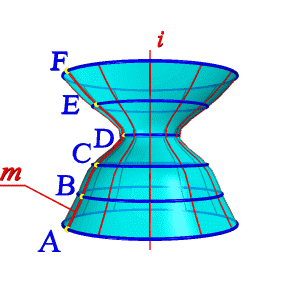
2) Ako je konstantno, a i proizvoljni, dobijamo razne ravni koje sve sadrže osu.

3) Ako je konstantno, a i proizvoljni, dobijamo konuse sa vrhom u koordinatnom početku; njihov otvor je

Sferne koordinate se zovu još i Merkatorove koordinate- geografska širina i dužina, tablice efemerida.

c) rotacione (obrtne) površi

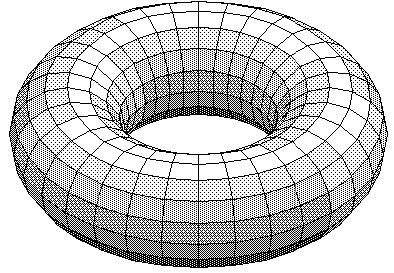


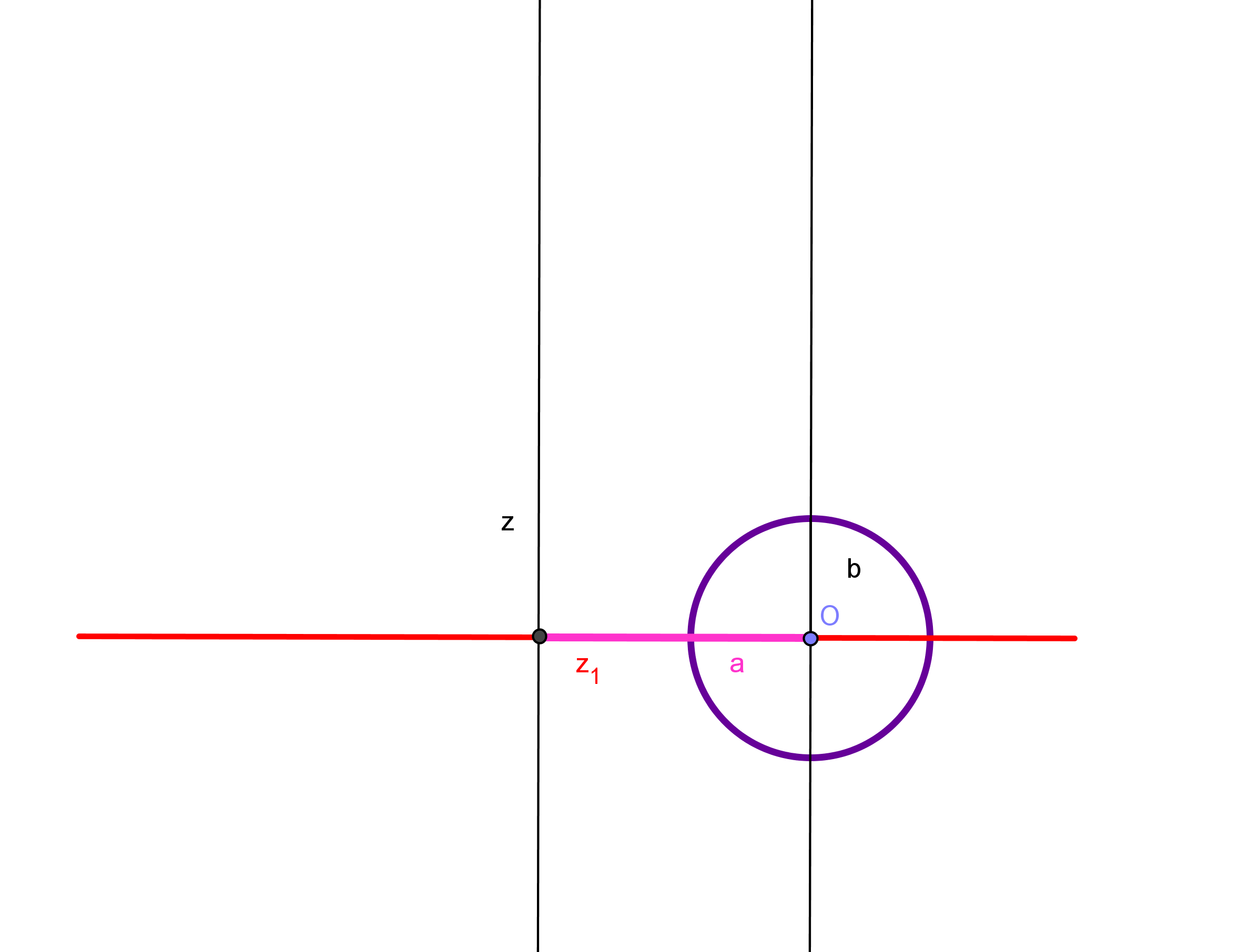


Ako je zadata neka ravna kriva u ravni svojim parametarskim jednačinama pustimo da ona rotira oko ose; tada će svaka tačka te krive opisivati kružnicu poluprečnika , sa centrom na osi, na visini od ravni. To znači da, ako celu stvar posmatramo u cilindričnom koordinatnom sistemu, onda ono što je u gornjoj jednačini krive koja generiše obrtnu površ (generatrise) zapravo postaje

Primeri rotacionih površi su sfera, cilindar, konus, torus,...

Izvedimo sada jednačinu torusa. Torus nastaje rotacijom ekscentrično postavljenog kruga sa centrom na osi oko ose.





Torus ima oblik automobilske gume, šlaufa,... Parametarske jednačine kružnice su Dakle, pri prelasku na parametarske cilindrične koordinate, važiće Ako želimo jednačinu torusa u Dekartovim koordinatama, moramo imati u vidu da se po znaku razlikuju gornja i donja polovina torusa.

Zatim se reši ova kvadratna jednačina; jedno rešenje daje gornju, a drugo donju polovinu torusa. Mora biti