Univerzitet u Novom Sadu
Prirodno-matematički fakultet
Departman za matematiku i informatiku

Uloga i značaj matematičkih takmičenja u osnovnoj školi

- master rad -

Mentor: prof. dr Rozalija Madaras Silađi

Kandidat: Tijana Vlahović

Novi Sad, 2016.

Sadržaj

Uvod 3

1. Istorija matematičkih takmičenja u Republici Srbiji 4

2. Nastava matematike u školama 7

   2.1. Pojam i definicija nadarenog učenika 8

3. Vrste matematičkih takmičenja 10

   3.1. Takmičenja u organizaciji Ministarstva prosvete Republike Srbije i Društva matematičara Srbije 10

   3.2. Takmičenje Kengur bez granica (Kangaroo without borders) 13

   3.3. Takmičenje Mislişa u organizaciji matematičkog društva Arhimedes 25

4. Istraživanje o značaju takmičenja iz matematike 31

   4.1. Analiza rezultata ankete 37

Zaključak 58

Literatura 59

Biografija 61

Uvod

Razvoj nauke je neophodan kada je u pitanju razvoj jednog društva, dok je matematika neophodna za razvoj nauke. Kako bi naše društvo bilo bolje i kvalitetnije potrebno je odabrati talentovane i kreativne mlade ljude koji će u budućnosti predstavljati okosnicu istog. Jedan od načina selekcije dece, odnosno odabira najboljih jesu upravo takmičenja. U ovom radu pažnja će biti usmerena na takmičenja iz nastavnog predmeta Matematika, kao i njihovog značaja u obrazovanju i razvoju dece u osnovnim školama.

Na samom početku biće dat kratak istorijski osvrt na matematička takmičenja u Republici Srbiji, kao i na Društvo matematičara Srbije koje i danas postiže izvanredne rezultate u svom radu i podstiče mlade da vole matematiku.

Potom ćemo se baviti školskim sistemom, kao i načinom izvođenja nastave iz matematike u Republici Srbiji. Razmotrićemo neke od prednosti i mana takvog sistema, kao i ideja za poboljšanje istog. Posebna pažnja u ovom radu biće posvećena nadarenim učenicima. Definisaćemo uopšte pojam nadarenog učenika, a bavićemo se metodama rada sa istim.

Kada su u pitanju nadareni učenici, jedno od glavnih događaja gde mogu da iskažu svoja znanja i veštine jesu takmičenja. Stoga će biti navedene neke od različih vrsta matematičkih takmičenja u Republici Srbiji. Pored takmičenja koja su u organizaciji Ministarstva prosvete i Društva matematičara Srbije, biće reči i o takmičenju Misliša koje se organizuje od strane matematičkog društva Arhimedes. Govoriće se o njihovom konceptu, ulozi i značaju. Sve će biti propraćeno sa određenim brojem primera zadataka koji su se javljali na tim takmičenjima za decu uzrasta osnovne škole.

Na samom kraju će biti data analiza koja je vršena na učenicima osnovne škole. Drugim rečima, rađena je anketa, na osnovu koje su posle doneti zaključci o značaju takmičenja iz matematike za same učenike.

1. Istorija matematičkih takmičenja u Republici Srbiji

U Republici Srbiji takmičenja iz matematike imaju tradiciju dužu od pola veka. 1948. godine je osnovano Društvo matematičara Srbije (DMS) koje postoji i danas. U jednom trenutku društvo je funkcionisalo pod nazivom Društvo matematičara, fizičara i astronoma Srbije. Međutim, 1981. su se društva odvojila i počela da deluju samostalno. Prvi predsednik društva bio je Tadija Pejović, koji je bio profesor matematike na Univerzitetu u Beogradu. U prvih pet godina postojanja DMS je obrazovao više poddruštava, izdavao matematičke časopise, kao i naučne radove, a što je možda i najbitnije organizovan je rad sa mladim matematičarima uzrasta osnovnih i srednjih škola.

Prvo takmičenje iz matematike u Srbiji održano je 1958. godine u Beogradu, koje je bilo namenjeno za decu uzrasta srednje škole. Bili su organizatori Međunarodne matematičke olimpijade, kao i Balkanske matematičke olimpijade, a pored toga su i redovni učesnici na njima. Takmičenja iz matematike za osnovne škole se održavaju od 1967. godine. Srbija je bila domaćin prve Juniorske balkanske matematičke olimijade koja je organizovana u Beogradu 1997.

Pored toga, DMS organizuje svake godine i Republički seminar o nastavi matematike u osnovnoj i srednjoj školi, kao i fakultetu. Često pomažu naučna i stručna istraživanja, sarađuju sa naučnim i obrazovnim institucijama za matematiku, kao i sa svim organizacijama prosvetnih radnika. DMS sarađuje sa sličnim društvima u zemlji i inostranstvu. Članovi su mnogih međunarodnih organizacija kao što su Međunarodni komitet matematičkih institucija (**ICMI**), Međunarodna matematička unija (**IMU**), Američko matematičko društvo (**AMS**), Asocijacija matematičkih društava jugoistočne Evrope (**MASEE**) i Evropsko matematičko društvo (**EMS**).

Glavni cilj ovog društva jeste pomagati i podsticati stvaralaštvo. Doprinose napretku matematike u Srbiji kao i njenoj primeni i popularizaciji.

U nastavku sledi kratka analiza učešća Srbije na međunarodnim takmičenjima.

Juniorska balkanska matematička olimpijada JBMO (Junior Balkan mathematical olympiad)

Prva Juniorska balkanska matematička olimpijada održana je u Beogradu 1997. godine, a u istom gradu po drugi put i 2015. godine. Što se tiče Srbije, takođe i 2004. JBMO održana je u Novom Sadu. Ove godine JBMO održala se u Rumuniji, u mestu Slatina. Do sada je, dakle, održano 20. JBMO, a Srbija (ranije u sastavu SFRJ) ostvarila je značajne rezultate, predstavljene za poslednjih 11 godina u tabeli ispod.

Godina i mesto održavanja	Zlatnih medalja	Srebrnih medalja	Bronzanih medalja	Pohvala	Ekipni plasman / zemalja učesnica
Rumunija, 2016.	1	5	0	0	3 / 21
Srbija, 2015.	0	3	3	0	4 / 19
Makedonija, 2014.	1	3	2	0	3 / 11
Turska, 2013.	1	3	2	0	6 / 20
Grčka, 2012.	0	3	3	0	4 / 16
Kipar, 2011.	2	3	0	0	3 / 10
Rumunija, 2010.	0	4	2	0	5 / 17
BiH, 2009.	1	1	3	0	5 / 14
Albanija, 2008.	2	2	2	0	4 / 10
Bugarska, 2007.	0	4	2	0	4 / 14
Moldavija, 2006.	2	2	2	0	2 / 12

Tabela 1. Tabelarni prikaz uspeha Republike Srbije na prethodnih 11 JBMO

Po analizi podataka iz gore navedene tabele, vidimo da je Srbija u svim prethodnim JMBO ostvarila zapažene rezultate, iako nikada do sada nije bila na prvom mestu u ekipnom plasmanu. Takođe, broj zlatnih medalja varira od 0 do 2. Neoborivo je da je najveći uspeh Srbije bio 2006. godine u Kišinjevu u Moldaviji sa osvojenih 6 medalja, po 2 od svake, te drugo mesto od 12 u ekipnom plasmanu.

Međunarodna matematička olimpijada MMO (International mathematical olympiad IMO)

Generalno, ovo takmičenje održava se još od 1959. godine kada je učestvovalo svega 7 zemalja na njemu. SFR Jugoslavija postaje redovan učesnik još od 1963. godine, a zvanično, rezultatima Republike Srbije na međunarodnoj matematičkoj olimpijadi podrazumevaju se rezultati koji su ostvareni posle 1992. godine jer je pre toga Republika Srbija nastupala u sklopu SFR Jugoslavije. Od svog osnivanja 1959. godine MMO beleži veliko interesovanje i iz godine u godinu samo raste broj zemalja učesnika, što će biti i prikazano na grafikonu u daljem delu teksta.

Od 1992. godine, Republika Srbija osvojila je sve ukupno 10 zlatnih, 41 srebrnu i 57 bronzanih medalja, što je prilično dobar rezultat za zemlju naše veličine i broja stanovnika, još imajući u vidu da je i sam plasman na MMO veliki uspeh.

U nastavku data je tabela u kojoj je u vidu medalja te pohvala, predstavljen uspeh Republike Srbije u prethodnih 11 godina.

Godina i mesto održavanja	Zlatnih medalja	Srebrnih medalja	Bronzanih medalja	Pohvala	Ekipni plasman / zemalja učesnica
Kina, 2016.	0	1	4	1	40 / 109
Tajland, 2015.	1	1	2	2	29 / 104
Južna Afrika, 2014.	1	3	2	0	23 / 101
Kolumbija, 2013.	1	1	2	2	34 / 97
Argentina, 2012.	1	2	1	2	15 / 100
Holandija, 2011.	1	2	1	1	25 / 101
Kazahstan, 2010.	1	3	2	0	10 / 97
Nemačka, 2009.	1	3	2	0	22 / 104
Madrid, 2008.	1	3	0	2	20 / 97
Vijetnam, 2007.	1	0	4	0	23 / 93
Slovenija, 2006.	0	0	5	1	38 / 90

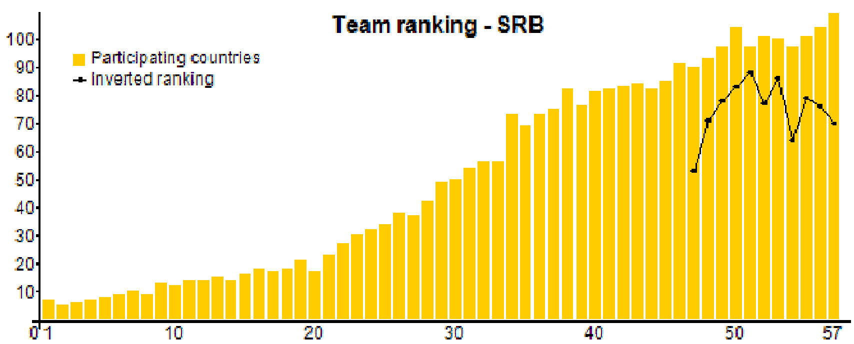
Tabela 2. Tabelarni prikaz uspeha Republike Srbije na prethodnih 11 MMO.

Na grafikonu ispod, su histogramom predstavljene tendencije porasta broja zemalja učesnica MMO, crnom linijom skiciran je timski uspeh (plasman Srbije u odnosu na broj zemalja učesnica) Republike Srbije u poslednjih 11 godina.

Razmatranjem prethodnih rezultata možemo zaključiti da Republika Srbija 2016. godine po prvi put nije osvojila zlatnu medalju u poslednjih 10 godina, međutim sa ukupno 5 medalja (1 srebrna i 4 bronzane medalje) održan je kontinuitet u broju osvojenih medalja. Nešto niži timski plasman (40. mesto) takođe nije procentualno najgori rezultat u poslednjih 11 godina, jer je 2016. učestvovalo maksimalnih 109 zemalja.

Najgori timski plasman Srbije u poslednjih 11 godina bio je 2006. godine u Ljubljani, kada je osvojena 38. mesto od 90. Najbolji plasman bio je 2010. godine u Kazahstanu kada je Srbija bila 10. od 97 učesnica.

Kao individualce koji su najviše doprineli uspehu Srbije kroz istoriju treba napomenuti Teodora fon Burga (6 medalja, 4 zlatne), Dušana Miljančevića (4 medalje,bez zlata) i Žarka Ranđelovića (2 zlatne medalje).



Histogram 1. Hronološki prikaz porasta zemalja učesnica od 1959. – 2016. godine i plasman Republike Srbije

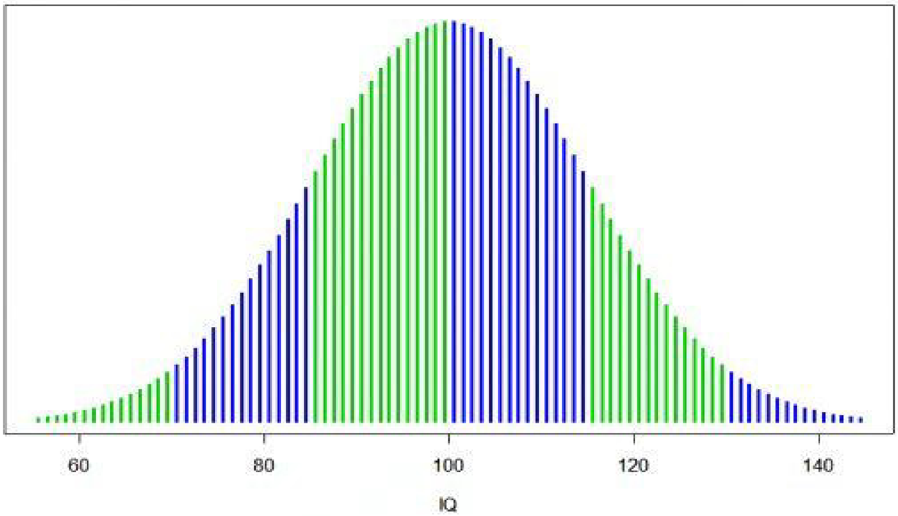
2. Nastava matematike u školama

"Učitelji su ti koji sebe koriste kao mostove,
pozivajući svoje učenike da pređu preko njih,
zatim,
pomažući im da pređu, radosno onemoćaju,
hrabreći ih da sami sagrade takve mosove."
Nikos Kazantzakis

U školskom sistemu Republike Srbije nastava se izvodi u grupama – što znači da jedan učitelj, nastavnik ili profesor određeno gradivo prezentuje grupi učenika čiji se broj članova uobičajeno kreće od dvadesetak pa čak i do četrdesetak učenika po grupi, odnosno razredu. Konkretno za nastavu matematike pojam idealne škole, koji u principu skoro i da ne postoji nigde na svetu u praktičnom smislu, podrazumeva školu u kojoj razred čini samo jedan učenik, koji ostvaruje individualnu interakciju sa predavačem, i na taj način razvija svoje mogućnosti i afinitete prema određenom gradivu sve do ličnog maksimuma.

Na času matematike može biti samo prednost individualni rad sa profesorom, jer su pri takvim uslovima najveće mogućnosti da će predavač uočiti i razjasniti sve nedoumice, nejasnoće ili poteškoće koje se javljaju kod učenika. Što se tiče nekih drugih predmeta, tipa stranog jezika, individualni rad ima za veliku manu nedostatak komunikacije i razmenjivanja konkretnih reči sa drugim učenicima, što u suštini, nije posebno izraženo kod matematike. Rečenice poput: uspeh obrazovanja zavisi od prilagođavanja podučavanja individualnim razlikama između učenika, ili ako dete ne može učiti na način na koji ga podučavamo, trebamo ga podučavati na koji način može učiti, definitivno jesu tačne, ali ne i lake za implementirati u današnjoj praksi školskog sistema.

Nažalost, s obzirom na uslove u obrazovnom sistemu kako Republike Srbije, tako i generalno - veliki broj dece koji započinje školovanje iz godine u godinu, nedostatak nastavnog kadra i radnog prostora te materijalnih sredstava za povećanje broja istih u školskom sistemu ovakav sistem nemoguće je implementirati. Stoga pri formiranju razreda dolazi do grupisanja učenika najčešće različitih interesovanja, afiniteta ali i intelektualnih kapaciteta. Iz tog razloga najčešće ne budu ispunjena očekivanja pretpostavke da će svaki od tih učenika iz razreda profitirati jednakom količinom novostečenog znanja nakon školovanja. Naime, plan i program predavanja i provera znanja u vidu usmenog propitivanja ili pismenih testova usklađen je proseku i najviše učenicima osrednjeg intelekta i mogućnosti. Po statističkim načelima, ali i onome što se rukovodstvo svake škole (najviše psiholog i pedagog) ponaosob trude zadovoljiti jeste da u svakom razredu nalaze učenici čije bi sposobnosti i umeća činile jednu pravu normalnu raspodelu, tj. bilo bi najviše onih prosečnih, pa onih malo manje ili malo više veštih i inteligentnih, a najmanje onih koji čine ekstremne vrednosti takve normalne raspodele, tj. ***dece sa posebnim potrebama***.



Grafik 1. Grafik normalne raspodele koeficijenta inteligencije među školskim učenicima

(preuzeto sa [1])

Naime, pod decu sa posebnim potrebama podrazumevamo ne samo *učenike sa fizičkim ili psihičkim poteškoćama*, već i *nadarene učenike*, kojima ćemo mi u daljem radu posvetiti posebnu pažnju.

2.1. Pojam i definicija nadarenog učenika

Postoje različiti aspekti, gledišta, teorije, stavovi, a samim tim i različite definicije pojma *nadarenog učenika.* Konkretno, neki su taj pojam vezivali direktno za koeficijent inteligencije, drugi za sposobnost individue da se snađe i adekvatno reaguje u neočekivanim, novostvorenim i nepredvidivim situacijama, itd. U suštini, klasične definicije naglašavaju nadprosečne sposobnosti nadarenog učenika u odnosu na ostale, prosečne učenike.

Tako naprimer, *Terman* je 1916. godine definisao nadarenost kao izrazito visok IQ (Inteligence Quoeficient). *Marland* 1971. godine zaključuje da su nadarena deca ona koja mogu očekivati velika postignuća zbog svojih izuzetnih sposobnosti, a identifikovana su od strane stručnih lica, te ta deca prikazuju svoj potencijal u nekim ili više od sledećih područja: opšte intelektualne sposobnosti, specifične akademske sposobnosti, kreativne sposobnosti, sposobnosti vođenja i rukovođenja, umetničke sposobnosti ili psihomotorne sposobnosti. Grgin je 1997. godine formulisao nadarene đake kao one koji se ističu svojim vrlo visokim stepenom opšteg intelektualnog razvoja ili pak izrazitim razvojem samo određenih sposobnosti koje ih u odnosu na ostale đake čine naprednijima. Generalno, odnosno prema statističkim istraživanjima, ovakva deca među svim učenicima čine 3-5% školske populacije. Preciznije rečeno, kada se govori o natprosečnim sposobnostima, smatra se da 15-20% školske populacije ima natprosečne sposobnosti, a samo pomenutih 3-5% poseduje izvanredne sposobnosti. Međutim, *Renzuli* je formulisao teoriju koja objašnjava kako najproduktivniji ljudi ne moraju biti genijalni, tj.kako je dovoljno da poseduju „samo“ natprosečne, ali ne nužno i izvanredne sposobnosti.

Definisanje nadarenosti (ovako navedenih različitih autora) ukazuje na to da se nadarenost postulira kroz različite kriterijume: intelekt, kreativnost i interakcija visoko razvijenih sposobnosti. Kreativnost se najčešće uočava po spoljašnjim znakovima (znatiželja, mašta, inteligencija) i može se podsticati na različite načine u područjima za koja nadarena deca pokazuju interesovanje. Pitanja koja se postavljaju nadarenim učenicima ne bi trebala odražavati određene stereotipe, obrasce ponašanja i nametanje vlastitih ideja, nego pobuđivati hrabrost i samouverenost u zagovaranju vlastitih ideja te kritičko prosuđivanje.

Neoborive su teorije da je sa nadarenim učenicima potrebno raditi po posebnom programu i pomoću specifičnih metoda kojima bi se njihovi intelektualni kapaciteti razvili do maksimuma. Upravo takav posebni program može se organizovati kroz različite metode: međupredmetno povezivanje, samostalna integracija i upotreba učenih sadržaja, rad na projektima, terenu, eksperimentima, potom tematska samostalna istraživanja, spajanje nadarenih učenika u grupe u kojima interakcijom dolaze do rešenja zadataka i problema, dodatna nastava (postavljanje zadataka problemskog tipa u kojima će učenik sam odabrati način rešavanja i složenost u skladu sa svojim mogućnostima) i vannastavni sadržaj, sekcije, klubovi i na kraju ali nikako manje važno od prošlo navedenog, učestvovanje na takmičenjima razne vrste (o kojima će biti više reči u nastavku rada).

Rad sa nadarenim učenicima zahteva mnoga znanja i veštine samog nastavnika. Nije dovoljno samo, pored naravno poznavanja matematike, dobro poznavanje psiholoških apekata rada sa decom. Neophodno je poznavanje i sposobnost primenjivanja pedagoških metoda, kao i stalno usavršavanje. Dakle, stručnost jednog nastavnika se ne ogleda samo u dobrom poznavanju svoje oblasti, već i u didaktičko-metodičkoj osposobljenosti da na najbolji mogući način obuči učenike, a pored toga i da ih motiviše za njihov dalji razvoj. Drugim rečima nastavnik mora imati ispravan pedagoški pristup učenicima, i, kao što smo već rekli, stalno ga usavršavati, jer nadarena deca, kao individue utiču na svoje nastavnike i zahtevaju poseban pristup u zavisnosti od slučaja.

Osnova za rad sa nadarenim učenicima je dobro osmišljen plan rada. Samo osmišljen plan rada ima kontinuitet realizacije i daje žejene efekte. Pre svega, potreban je *kvalitetan* *matematički sadržaj* koji nije samo obično proširenje školskog gradiva, već to treba da bude organizovan naučni materijal u zavisnosti od cilja koji želimo da postignemo, koji nije uvek samo usvajanje neophodnog gradiva. Kako je matematika u neku ruku rešavanje problema, nastavnik ima zadatak da osposobi učenika za rešavanje novih problema, odnosno da stečeno znanje primeni i na rešavanje problema u praksi. Za rad sa nadarenima nije čak dovoljno ni samo rešavanje problema, već ih što pre treba osposobiti za uopštavanje, analizu kako bi mogli sami da dolaze do novih otkrića. Dakle, apstraktno mišljenje je neophodno kako bi što pre ušli u matematiku kao nauku. Pored toga, za nadarene učenike je bitna integracija sadržaja sa drugim nastavnim predmetima, jer njihove sposobnosti nisu često usko vezane "samo" za matematiku.

Nadareni učenici, kao takvi, imaju višu sposobnost učenja od ostalih. Međutim, sam talenat za matematiku i intelektualni potencijal deteta ne znači dovoljno. *Radne navike* su neophodne za uspeh učenika, tj. kako bi njegov potencijal proizveo željeni rezultat, te je stoga potrebno da nauči da organizuje svoje vreme i da ima odgovornost prema obavezama. Neretko se treba pobrinuti i za socijalni život učenika, jer ih često njihovi vršnjaci gledaju na drugačiji način, dok su njihova interesovanja i sklonosti približno isti. Briga o socijalnom statusu nadarenih je obaveza ne samo nastavnika, već i društva uopšte.

3. Vrste matematičkih takmičenja u Srbiji

3.1. Takmičenja u organizaciji Ministarstva prosvete R. Srbije i Društva matematičara Srbije

Kada je u pitanju DMS imamo razna takmičenja u zavisnosti od nivoa, odnosno cilja samog takmičenja. Državna takmičenja iz matematike se održavaju za učenike osnovnih škola, uzrasta 3. do 8. razreda, dok se međunarodno takmičenje Kengur bez granica, o kojem će biti reči kasnije, održava za sve učenike osnovne škole. Učenici imaju pravo da učestvuju i na nekom od državnih takmičenja i na Kenguru bez granica.

Državno takmičenje iz matematike se održava u sledećih pet nivoa:

- I nivo – školsko takmičenje
- II nivo – opštinsko takmičenje
- III nivo – okružno takmičenje
- IV nivo – državno takmičenje
- V nivo – Srpska matematička olimpijada (SMO)

Dakle, kako se takmičenja održavaju po navedenim nivoima, učenik može da učestvuje na višem nivou takmičenja samo ako je učestvovao na prethodnim. Učenici osnovnih škola učestvuju na takmičenju za razrede svog uzrasta, dok u posebnim slučajevima učenik može da stekne pravo da se takmiči na nivou višeg razreda.

Učenici sedmog i osmog razreda osnovne škole koji su u prethodnoj godini učestvovali i osvojili neku od prve tri nagrade u tekućoj godini imaju pravo učešća na takmičenju za jedan nivo niži od onoga na kom su osvojili nagradu.

Dozvoljeno je i učestvovanje van konkurencije gostima iz inostranstva uz saglasnost Ministarstva prosvete i DMS-a.

Na prva četiri nivoa takmičenja radi se 4-5 zadataka. Za učenike osnovnih škola izrada traje 120 minuta na školskom i opštinskom takmičenju, 150 minuta na okružnom i 180 minuta na državnom takmičenju. Na Srpskoj matematičkoj olimpijadi se radi 4 zadatka i izrada traje 240 minuta.

Školska takmičenja organizuje DMS ili školski aktivi nastavnika matematike, dok takmičenja višeg nivoa organizuje Ministarstva prosvete kao i odgovarajuća Društva matematičara.

U nastavku navedeni su neki primeri zadataka sa takmičenja.

Primer 1. (zadatak V razred – opštinsko takmičenje 2016) Odrediti prirodan broj n koji je deljiv sa 3 i zadovoljava sledeći uslov

$$\frac{4}{9} < \frac{n}{2016} < \frac{25}{56}.$$

Rešenje. Rešavamo obe nejednakosti posebno i dobijamo da za n mora da važi

$$896 < n \leq 900.$$

Kako je broj deljiv sa tri ako mu je i sam zbir cifara deljiv sa tri, postoje dva broja n koja zadovoljavaju i gornju nejednakost i deljivi su sa 3, a to su 897 i 900.

Primer 2. (zadatak VII razred – opštinsko takmičenje 2016) Koliko ima brojeva manjih od 1000 koji se završavaju cifrom 3 i jednaki su zbiru kvadrata dva prosta broja?

Rešenje. Traženi brojevi su neparni, jer se završavaju na 3. Kako su jednaki zbiru kvadrata dva prosta broja, zaključujemo da jedan od kvadrata tih prostih brojeva mora biti paran, tj. jedan od prostih brojeva mora biti 2. S obzirom da zbir kvadrata treba da se završava cifrom 3, kvadrat drugog broja se mora završavati cifrom 9, odnosno to će biti brojevi koji se završavaju ciframa 3 ili 7. Zaključujemo da su takvi brojevi, a čiji je kvadrat manji od 996 $(1000-2^2)$ i prosti su, 3, 7, 13, 17, 23. Dakle, traženih parova prostih brojeva ima **pet** a oni su:

$$2^2+3^2=\mathbf{13},$$

$$2^2+7^2=\mathbf{53},$$

$$2^2+13^2=\mathbf{173},$$

$$2^2+17^2=\mathbf{293},$$

$$2^2+23^2=\mathbf{533}.$$

Primer 3. (zadatak VIII razred – opštinsko takmičenje 2016) Drvena kocka je obojena spolja, a zatim je isečena na jednake male kocke (njih najmanje 27). Na koliko malih kocaka je isečena velika kocka ako se zna da među malim kockama ima isto toliko kocki sa jednom obojenom stranom koliko i onih kod kojih nijedna strana nije obojena?

Rešenje. Pre svega treba zaključiti da broj malih kocki mora biti kub nekog broja. Označimo sa x^3 broj malih kocki, tj. kocki dobijenih sečenjem velike kocke. Tada će broj malih kocki bez ijedne obojene strane $(x-2)^3$, a broj kocki sa jednom obojenom stranom $6(x-2)^2$. Dakle, treba da važi

$$(x-2)^3=6(x-2)^2.$$

Odakle dobijamo da je $x=8$, odnosno broj traženih malih kocki je $8^3=512.$

Primer 4. (zadatak VII razred – okružno takmičenje 2015) Između jednog prirodnog broja i dvostruke vrednosti njegovog kvadrata ima 11174 prirodna broja. Odredi taj prirodan broj.

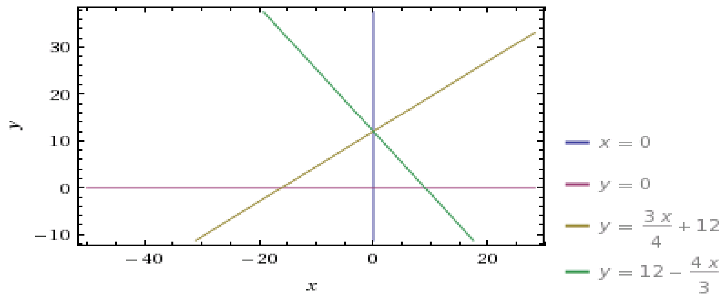
Rešenje. Između prirodnih brojeva a i b nalazi se $a-b-1$ prirodnih brojeva. Ako posmatrani prirodni broj obeležimo sa x, tada je $2x^2-x-1=11174$, pa je $x(2x-1)=11175$. Kako je $11175=3\cdot5\cdot5\cdot149$, dobijamo dve jednačine: $x=75,\ 2x-1=149$. Dakle, traženi broj je 75.

Primer 5. (zadatak VIII razred – okružno takmičenje 2015) Tačka A je presek grafika funkcije $y=\frac{3}{4}x+12$ sa x-osom, a tačka B je presek grafika funkcije $y=-\frac{4}{3}x+12$ sa x-osom. Tačka C je presek ta dva grafika.

a) Dokaži da je trougao ABC pravougli.
b) Izračunaj obim i površinu tog trougla.

Rešenje.

Na grafiku ispod skicirane su dve funkcije koje su pomenute u postavci zadatka. Treba pokazati da je formirani trougao na grafiku pravougli, te izračunati njegov obim i površinu.



Koordinate presečenih tačaka su (-16, 0), (9, 0), (0, 12). Dužine stranica trougla su 25, 20 i 15.

a) Kako je $25^2=20^2+15^2$, dati trougao je pravougli (samo kod pravouglog trougla važi pokazani identitet Pitagorine teoreme).
b) Kada smo pokazali da je dati trougao pravougli, te imamo dužine njegovih stranica, vrlo lako ostaje izračunati obim i površinu trougla, $O=25+20+15=60$, a $P=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{20\cdot15}{2}=150$.

Primer 6. (zadatak VIII razred – republičko takmičenje 2015) Odredi sve parove celih brojeva (m,n) za koje važi $m(m+1)=n(n+2)$.

Rešenje. Pomnožimo datu jednačinu sa 4 a date izraze sa leve i desne strane jedankosti dopunimo do kvadrata binoma i dobijamo izraz $(2n+2)^2-(2m+1)^2=3$. Kada levu stranu jedankosti faktorišemo kako bismo je zapisali u obliku proizoda dobijamo sledeći izraz $(2n-2m+1)(2n+2m+3)=3$. Da bi proizvod dva cela broja bio 3 to mogu biti samo brojevi 1 i 3, -1 i -3. Tako parove celih brojeva (m,n) dobijamo iz sledećih slučajeva:

- $2n-2m+1=1,\ 2n+2m+3=3$, odakle je $(m,n)=(0,0)$,
- $2n-2m+1=3,\ 2n+2m+3=1$, odakle je $(m,n)=(-1,0)$,
- $2n-2m+1=-1,\ 2n+2m+3=-3$, odakle je $(m,n)=(-1,-2)$,
- $2n-2m+1=-3,\ 2n+2m+3=-1$, odakle je $(m,n)=(0,-2)$.

I ta četiri para celih brojeva su dakle parovi koji zadovoljavaju datu jednačinu.

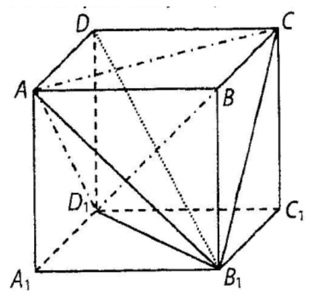
Primer 7. (zadatak VIII razred – republičko takmičenje 2015) Sedam ribolovaca je ulovilo tačno 100 riba. Među njima ne postoje dva koja su ulovila isti broj riba. Dokaži da su neka trojica od njih ulovila zajedno bar 50 riba.

Rešenje. Radi lakše izrade, numerisaćemo ribolovce rednim brojevima od 1 do 7, na taj način da je većim brojem numerisan onaj koji je ulovio više riba. Tako postavljeno, zaključujemo da je prvi ribolovac ulovio najviše 11 riba, jer u slučaju da su svi ostali ulovili za po onoliko riba više od njega koliko im se numerički ekvivalenti razlikuju, tj. 12, 13, ..., 17 ribolovac 1 uhvatio bi najviše riba tj. 11 (11 + 12 + ... + 17 = 98, a ne može 12 + 13 + ... + 18 = 105 a to je više od ulovljenih 100 riba). Dalje ćemo ovaj problem rešavati metodom kontradikcije – naime, pretpostavićemo suprotno tvrdnji našeg zadatka, a to je da su prva četiri ribara ulovili više od 50 riba (ukoliko pokažemo da je to nemoguće to će direktno implicirati da su poslednja tri ulovila zajedno bar 50 riba). Kako je 11 + 12 + 13 + 14 = 50 sledi da je, u tom slučaju, četvrti morao uloviti makar 15 riba (da bi zbir sa prva tri bio veći od 50). Ali onda je ulov petog morao biti makar 16, šestog makar 17, a sedmog makar 18 riba. Međutim, to je nemoguće jer bi onda ukupan zbir ulovljenih riba zapravo bio 50 + 16 + 17 + 18 = 101, što je u kontradikciji sa pretpostavkom da je ulovljeno 100 riba.

Komentar: Ukoliko bismo pokušali bilo kako drugačije dodeliti ribarima broj ulovljenih riba nego na ovaj „najravnomerniji“ način, najmanji problem bi bio uzeti trojicu sa najvećim brojem ulovljenih riba te pokazati da taj zbir nadmašuje broj 50. U slučaju gde je ulov najraspoređeniji (11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 17 + 18) zbir tri najveštija ribara će biti barem 50 (15+17+18).

Primer 8. (zadatak VIII razred – republičko takmičenje 2015) Data je kocka $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Odrediti ugao između ravni ACD_1 i AB_1C_1D.

*Rešenje.*Prava AD normalna je na ravan DD_1C_1C. Prava AD pripada ravni AB_1C_1D. Odatle sledi da je ravan AB_1C_1D normalna na ravan DD_1C_1C. Prave DC_1 i D_1C su uzajamno normalne i nalaze se u ravni DD_1C_1C koja je normalna na ravan AB_1C_1D. Sledi da je prava DC_1 takođe normalna na ravan AB_1C_1D. Kako se prava DC_1 nalazi u ravni ACD_1 možemo zaključiti da su ravni ACD_1 i AB_1C_1D uzajamno normalne, tj. da zaklapaju ugao od 90º.



Primer 9. (zadatak VIII razred – Međunarodna matematička olimpijada 2016, Kina) Skup prirodnih brojeva zovemo *mirisnim* ako sadrži bar dva elementa i svaki njegov element ima zajednički prost delilac sa bar jednim od preostalih. Označimo $P(n) = n^2 + n + 1$. Koja je najmanja moguća vrednost prirodnog broja b za koju postoji negativan ceo broj a takav da je skup

$$\{P(a+1), P(a+2), \dots, P(a+b)\}$$

mirisan? *(Luksemburg)*

*Rešenje.*Za početak, primetimo da je $P(n)$ neparno za $n \in \mathbb{N}$. Dalje, ako prost broj $p > k$ deli $P(n)$ i $P(n+k)$, onda deli i $P(n+k) - P(n) = k(2n+k+1)$, pa je $2n \equiv -k - 1 \ (mod\ p)$ i odatle sledi da je $4P(n) \equiv (k+1)^2 - 2(k+1) + 4 = k^2 + 3 \ (mod\ p)$, tj. $p \mid k^2 + 3$. Prema tome:

- $\big(P(n), P(n+1)\big) = 1$,
- $\big(P(n), P(n+2)\big) \in \{1,7\}$, i pri tome $\big(P(n), P(n+2)\big) = 7 \Leftrightarrow n \equiv 2 \ (mod\ 7)$,
- $\big(P(n), P(n+3)\big) \in \{1,3\}$, i pri tome $\big(P(n), P(n+3)\big) = 3 \Leftrightarrow n \equiv 0 \ (mod\ 3)$,
- $\big(P(n), P(n+4)\big) \in \{1,19\}$, i pri tome $\big(P(n), P(n+4)\big) = 19 \Leftrightarrow n \equiv 7 \ (mod\ 19)$,

Primer *mirisnog* skupa za $b = 6$ može da se dobije uzimanjem broja a tako da je $a \equiv 2 \ (mod\ 3)$, $a \equiv 6 \ (mod\ 7)$ i $a \equiv 5 \ (mod\ 19)$ – što se svodi na $a \equiv 62 \ (mod\ 399)$ – jer tada $3 \mid P(a+1), P(a+4)$, $7 \mid P(a+3), P(a+5)$ i $19 \mid P(a+2), P(a+6)$.

Pretpostavimo sada da postoji mirisan skup za $b < 6$. Kako je $P(a+2)$ uzajamno prosto sa $P(a+1)$ i $P(a+3)$ sledi da mora biti $b \geq 4$. Dalje, $P(a+3)$ je uzajamno prosto sa $P(a+2)$ i $P(a+4)$, pa mora biti i $\big(P(a+3), P(a+1)\big) > 1$ (slučaj $\big(P(a+3), P(a+5)\big) > 1$ je analogan). Dakle, $a \equiv 1 \ (mod\ 7)$, ali tada $\big(P(a+2), P(a+4)\big) = 1$. Zato $P(a+2)$ i $P(a+4)$ mogu da imaju zajednički prost delilac samo sa $P(a+5)$ i $P(a+1)$ redom, ali tada bi moralo da važi i da $3 \mid a+1, a+2$, što je nemoguće.

Primer 10. (zadatak VIII razred – Međunarodna matematička olimpijada 2016, Kina) U ravni je dato $n \geq 2$ duži tako da se svake dve duži seku u unutrašnjoj tački i nikoje tri se ne seku u istoj tački. Đura treba da odabere po jedan kraj svake duži i u njega postavi žabu okrenutu prema drugoj duži. On će potom pljesnuti rukama $n-1$ puta. Svaki put kada pljesne, svaka žaba skače odmah napred u sledeću presečnu tačku na svojoj duži. Žabe nikada ne menjaju smer u kome skaču. Đura želi da postavi žabe tako da se u ni u kom trenutku dve žabe ne nađu u istoj presečnoj tački.

a) Ako je n neparno, dokazati da Đura uvek može da postigne svoj cilj.
b) Ako je n parno, dokazati da Đura nikada ne može da postigne svoj cilj.

Rešenje. Posmatrajmo veliki krug koji sadrži sve duži i produžimo duži na obe strane do preseka sa krugom. Označimo presečne tačke sa $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$ u smeru kazaljke na satu. Date duži leže na pravim $A_i, A_{n+i}, 1 \leq i \leq n$.

a) Pokažimo da Đura postiže svoj cilj ako postavi žabe u tačke A_1, A_3, A_5, ..., A_{2n-1}. Posmatrajmo žabe u tačkama A_i i A_j, gde su i i j neparni i $i < j < n+i$.
Neka je X presečna tačka duži $A_i A_{n+i}$ i $A_j A_{n+j}$ (indeksi su po modulu 2n). Na luku $A_i A_{i+1} A_j$ ima neparan broj označenih tačaka, a svaka duž sa jednim krajem u ovim tačakama seče tačno jednu od duži A_iX i A_jX, ili nijednu. Sledi da na dužima A_iX i A_jX ukupno ima neparan broj presečenih tačaka, te se dve žabe neće sudariti.

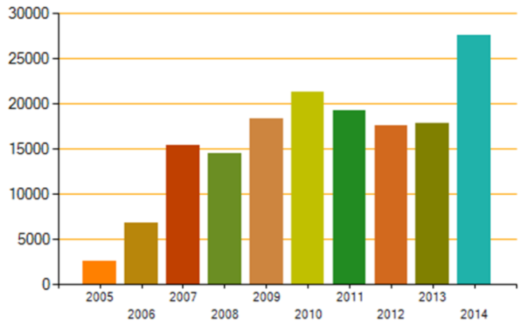
b) Ako je n parno, neke dve Đurine žabe će biti u susednim tačkama na krugu, recimo u A_i i A_{i+1}. Neka se duži s krajevima u ovim dvema tačkama seku u tački X. Kako svaka duž koja seče jednu od duži A_iX i $A_{i+1}X$ mora seći i drugu, na dužima A_iX i $A_{i+1}X$ ima jednak broj presečnih tačaka.Tako će se ove dve žabe sudariti u tački X.

Nakon svih analiziranih primera možemo zaključiti da je gradivo, koje se obrađuje na časovima redovne nastave, potrebno i neophodno dopunjavati sa gradivom dodatne nastave jer se samo tako, sa naprednijim i bogatijim programom, učenici mogu adekvatno pripremiti za opštinska, okružna, državna takmičenja, a pogotovo za balkansko takmičenje ili međunarodnu olimpijadu. Za ozbiljnije učenike takmičare, sa većim potencijalom i željom za radom, organizuju se i posebne pripreme, višemesečni treninzi, itd. Uz savladano gradivo i teoretske delove koji su neophodni da bi se zadaci i problematika razumeli, bitno je što više zadataka provežbati kako bi učenici, kada bi naišli na novi problem, imali što više potencijalnih ideja za rešenja. Iz tog razloga intenzivne te kreativne pripreme su jako bitne, kao i savršeno savladan redovan, uz dodatni plan i program.

3.2. Takmičenje Kengur bez granica (Kangaroo without borders)

Ideja i motivacija za ovo takmičenje potiče još iz 1978. godine, kada je *Peter O'Halloran*, profesor matematike iz Sidneja, osmislio neku vrstu kompjuterskog programa, tj. igrice, koja je predstavljala test sa zadacima iz matematike sa više ponuđenih odgovora. U tom testu učestvovali su sva deca, odnosno svi učenici iz Australije u isto vreme. 1991. dva nastavnika u Francuskoj *André Deledicq* i *Jean Pierre Boudine* inspirisani idejom australijskog kolege pokreću nacionalno takmičenje u kojem učestvuje oko 120 000 mladih i nazivaju ga, u čast australijskim kolegama, **Kengur.** 1993. godine to takmičenje "prelazi granice" Francuske, te postaje evropsko takmičenje u kom učestvuje 21. zemlja iz Evrope, broj učesnika raste na skoro pola miliona, a takmičenje menja naziv u **Kengur bez granica**. Od 2011. godine na ovom takmičenju učešće svake godine uzima i preko 6 miliona učenika, sa preko 60 zemalja iz celog sveta, sa tendencijom rasta broja učesnika. Iz tog razloga se dalje organizuje kao međunarodno takmičenje.

Što se tiče Republike Srbije, ona učestvuje na takmičenju počev od 2005. godine, kada je učestvovalo oko 2500 učenika, a npr. 2014. godine učešće u takmičenju je uzelo preko 25000 učesnika. Na grafiku ispod jasno je ilustrovana tendencija rasta broja učesnika i u Republici Srbiji.



Grafik 2. Grafik broja učesnika na *Kenguru* u Republici Srbiji od 2005. godine pa nadalje

(preuzeto sa [8])

Dakle, Društvo matematičara Srbije s odobrenjem Međunardne asocijacije Kengur bez granica, organizuje ovo međunarodno takmičenje u Srbiji. Kao što smo već spomenuli, za rešavanje zadataka nisu potrebna samo teorijska znanja, već i određen stepen logičkog i kombinatornog mišljenja, razumevanje teksta, sposobnost samostalne primene znanja, matematičkih formula te obrazaca. Sam cilj takmičenja je povećanje interesovanja kako za matematiku tako i za ostale prirodne nauke.

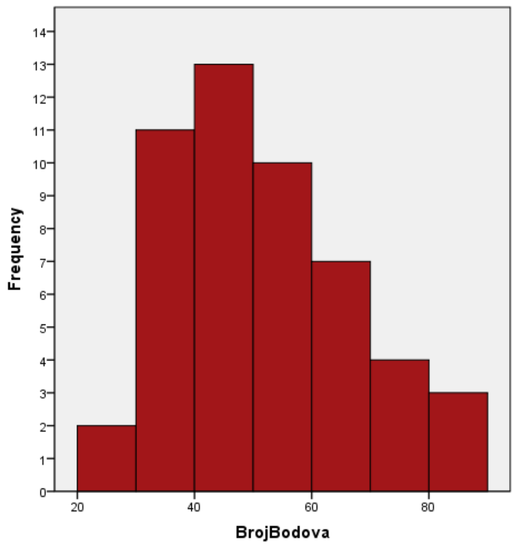
Koncept takmičenja je sledeći: svake godine ono se održava u celom svetu u isto vreme, svakog trećeg četvrtka u martu, a učenici su podeljeni u 4 starosne grupe. Takmičenje se sastoji od 30 zadataka sa po 5 ponuđenih odgovora od kojih je samo jedan tačan. Postoje negativni bodovi za netačne odgovore, a maksimalan broj bodova je 150. Zadaci nisu klasično matematički, te da je za njih potrebno teoretsko znanje, već se sastoje i iz logičkih problema za koje nije potrebna prethodna teoretska priprema. Razlozi za učestvovanje na ovom takmičenju su višestruki: počev od satisfakcionih motiva da se učesnik nadmeće sa konkurentima iz celog sveta i ima priliku da bude bolji, preko materijalnih (učešće se plaća simbolično, ali su visoki plasmani takođe nagrađeni) pa sve do širenja znanja i iskustva učestvujući na ovakvoj matematičko-logičkoj manifestaciji.

Jedna provera iz Arhitektonske tehničke škole u Beogradu [2] podrazumevao je analizu rezultata 50 učenika iz te škole koji su učestvovali na ovom takmičenju. Uspeh, odnosno raspored bodova predstavljen je sledećom tabelom i grafikonom:

Ukupan broj bodova osvojen na *Kenguru*	Broj osoba	Broj osoba dat u procentima
0 - 10	0	0,00%
11 - 20	0	0,00%
21 - 30	2	4%
31 – 40	11	22%
41 – 50	13	26%
51 – 60	10	20%
61 – 70	7	14%
71 – 80	4	8%
81 – 90	3	6%
91 – 100	0	0,00%

Tabela 3. Rezultati 50 učenika Arhitektonske škole u Beogradu na Kenguru bez granica

(preuzeto iz [2])



Histogram 2. Histogram raspodele broja bodova sa takmičenja Kengur bez granica 50 učenika Arhitektonske škole u Beogradu (preuzeto iz [2])

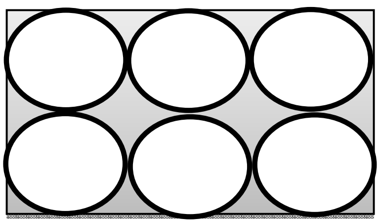
Što se tiče takmičenja Kengur bez granica 2016. godine u Republici Srbiji, zabeleženo je učešće ukupno 26 914 učenika samo osnovnih škola i među tim učenicima nalaze se osvajači 19 zlatnih, 70 srebrnih i 187 bronzanih medalja ukupno, a takođe i 2 582 pohvale. Detaljni podaci, klasifikovani po razredima, nalaze se u sledećoj tabeli.

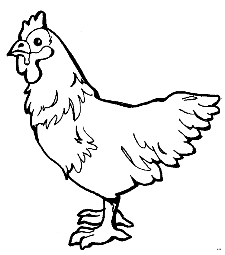
Razred	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	Ukupno
Broj takmičara	5 101	5 530	4 734	4 061	2 674	2 178	1 522	1 114	26 914
Zlatnih medalja	2	2	2	5	1	2	2	3	19
Srebrnih medalja	6	8	6	20	5	7	9	9	70
Bronzanih medalja	27	28	28	13	30	23	19	19	187
Pohvala	473	533	434	368	232	150	124	81	2 582

Tabela 4. Ukupan broj takmičara Kengura bez granica u Republici Srbiji 2016. godine, klasifikovanih po razredima

U nastavku dati su primeri zadataka sa ovog takmičenja, iz raznih kategorija i godina.

Primer 1. (zadatak za 1.razred osnovnih škola, 4 poena, 2016.) Kokoška Agata nosi bela i braon jaja. Lidija pakuje šest jaja u kutiju kao na slici.

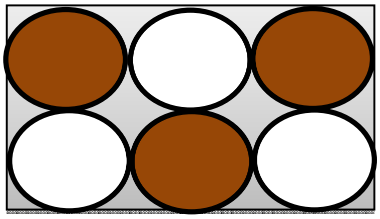




Dva braon jajeta ne mogu da se dodiruju. Koliko najviše braon jaja Lidija može da spakuje u kutiju?

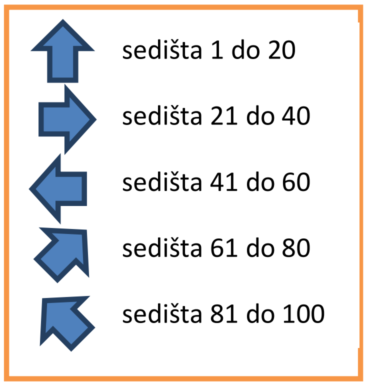
A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

Rešenje.



Lidija može da stavi najviše tri braon jaja u kutiju, jer ne postoji mogućnost da se stavi četiri braon jaja, a da se ne dodiruju. Dakle, tačan odgovor je V) 3.

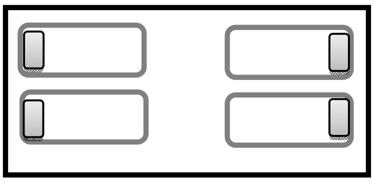
Primer 2. (zadatak za 3. i 4. razred osnovnih škola, 3 poena, 2016.) Marko ide u cirkus sa tatom. Njihova sedišta su obeležena brojevima 71. i 72. Na koju stranu oni treba da idu (videti sliku desno)?



A)  B)  V)  G)  D) 

Rešenje. Jasno je da je tačan odgovor G) 

Primer 3. (zadatak za 5. i 6. razred osnovnih škola, 3 poena, 2016.)



Na levoj strani sobe Mia i Ina spavaju sa glavama na jastucima okrenute licima jedna ka drugoj (videti sliku). Na desnoj strani sobe Eva i Julija spavaju sa glavama na jastucima okrenute leđima jedna ka drugoj. Koliko devojaka spava tako da im je desno uvo na jastuku?

A) 0 B) 1 V) 2 G) 3 D) 4

Rešenje. Kako sa obe strane sobe dve devojke spavaju na različitim stranama, to znači da je na svakoj strani sobe samo jedna devojka okrenuta tako da joj je desno uvo na jastuku. Stoga, tačan odgovor je V) 2.

Primer 4.(zadatak za 7. i 8. razred osnovnih škola, 3 poena, 2013.) Veliki trougao na slici ispod je jednakostraničan i njegova površina je 9. Duži paralelne stranicama trougla dele stranice na tri jednaka dela. Kolika je površina osenčenog dela?

A) 1 B) 4 V) 5 G) 6 D) 7

Rešenje. S obzirom na uslov definisan u zadatku (da duži paralelne stranicama trougla dele stranice na tri jednaka dela) lako je zaključiti da u veliki trougao možemo upisati tačno 9 manjih tako da pokrijemo celu površinu velikog trougla. Odatle sledi da je površina malog trougla 1. Tada je lako zaključiti da je površina osenčenog dela ovde jednaka razlici površina velikog trougla (9) i zbira površina tri mala trougla (1 + 1 + 1), tj. 9 – 3 = 6. Dakle, tačan odgovor je pod G) 6.

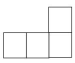
Primer 5. (zadatak za 7. i 8. razred osnovnih škola, 3 poena, 2013.) Ako je $\frac{1111}{101} = 11$, koliko je $\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303}$?

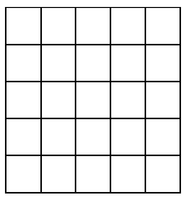
A) 5 B) 9 V) 11 G) 55 D) 99

Rešenje. Svodimo nepoznati zbir na ono što nam je poznato iz zadatka na sledeći način:

$$\frac{3333}{101} + \frac{6666}{303} = 3\,\frac{1111}{101} + \frac{2222}{101} = 3\,\frac{1111}{101} + 2\,\frac{1111}{101} = 3 \cdot 11 + 2 \cdot 11 = 55\,.$$

Dakle, rešenje je pod G) 55.

Primer 6. (zadatak za 5. i 6. razred osnovnih škola, 5 poena, 2016.) Koliko najviše figura oblika  može da se iseče iz kvadrata 5 × 5 ?

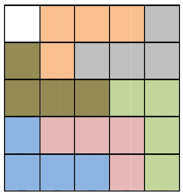


A) 2 B) 4 V) 5 G) 6 D) 7

*Rešenje.*Lako je primetiti da tačan odgovor nije pod A), jer bismo sigurno mogli rasporediti 4 L oblika u ćoškove kvadrata. Pitanje je da li možemo rasporediti više?

Proverimo, s teoretskog aspekta odgovor pod D) tj. 7 L oblika. Kako je površina kvadrata $5^2 = 25$, a površina L oblika 4, zaključujemo da je nemoguće zapravo rasporediti 7 L oblika u kvadrat 5 × 5, prosto jer je $5^2 = 25 < 4 \cdot 7 = 28$, dakle, odgovor D) ne može biti tačan.

Kako 6 L oblika zadovoljava prethodno pomenuti uslov ($5^2 = 25 < 4 \cdot 6 = 24$), probajmo rasporediti 6 L oblika u kvadrat:



Dakle, pokazali smo da se, upravo na gore ilustovan način, 6 L oblika može smestiti u kvadrat, tako da je tačan odgovor G) 6.

Primer 7. (zadatak za 5. i 6. razred osnovnih škola, 5 poena, 2016.) Dva trocifrena broja imaju svih 6 cifara različitih. Prva cifra drugog broja jednaka je dvostrukoj poslednjoj cifri prvog broja. Koji je najmanji mogući zbir takva dva broja?

A) 2 B) 4 V) 5 G) 6 D) 7

Rešenje. Zapišimo dva trocifrena broja u opštem obliku $x_1x_2x_3$ i $y_1y_2y_3$ pri čemu važi da se svih 6 cifara razlikuju međusobno, te je pored toga jedino ograničenje koje imamo $y_1 = 2x_3$.

Intuitivno, glavni cilj za minimalni zbir bio bi rasporediti cifre tako da najmanje cifre dodeljujemo stotinama, veće desticama, a najveće jedinicama. Logično je, takođe, da ćemo za kreaciju ova dva broja iskorstiti šest najmanjih mogućih različitih cifara, tj. 0,1,2,3,4,5.

Dakle, prva ideja je da za najmanji mogući zbir odaberemo najmanju moguću vrednost za y_1 (jer ona najviše doprinosi (uz x_1) minimalnom zbiru). U tom slučaju, kako y_1 zbog datog ograničenja, ne može biti 0 ili 1, dodelimo mu vrednost u slučaju $x_3 = 1$, tj. $y_1 = 2$. Logično je potom za cifru druge stotine, tj. x_1 odabrati najmanju preostalu moguću cifru, a to je 3. Rasporedimo i ostale cifre i dobijamo sledeće trocifrene brojeve: 301 i 245, te njihov zbir 546, što zaista jeste jedno od ponuđenih rešenja, ali postavlja se pitanje, da li zbir dva trocifrena broja, uz odgovarajuća ograničenja iz zadatka, može biti manji.

Intuitivno, ostaje sumnja u minimalnost zbira od 546 iz razloga jer cifru 1, koja je u ovom slučaju minimalna cifra za stotine, nismo dodelili baš stotinama, već smo je „potrošili“ za jedinice. Pokušajmo onda, tako razmišljajući formirati dva trocifrena broja.

Ukoliko bi, razmišljajući drugim pravilom prioriteta, dodelili cifri x_1 vrednost 1, za drugo ograničenje iz zadataka „potrošićemo“ najmanje preostale cifre 2 i 4, tj. $x_3 = 2$ a $y_1 = 4$. Tako formirani trocifreni brojevi biće 102 i 435. Njihov zbir je 537, što je manji od zbira 546 koji je dobijen prvom idejom. Upravo zbir 537 je i najmanji mogući, a onda je i odgovor D) 537 tačan odgovor.

Primer 8.(zadatak za 7. i 8. razred osnovnih škola, 5 poena, 2016.) Teodorov sat kasni 10 minuta, a on misli da žuri 5 minuta. Lazarov sat žuri 5 minuta, a on misli da kasni 10 minuta. U istom trenutku njih dvojica su pogledali na svoje satove. Teodor je mislio da je 12.00. Koliko je Lazar mislio da je sati?

A) 11.30 B) 11.45 V) 12.00 G) 12.30 D) 12.45

Rešenje. Krenimo od činjenice da Teodor misli da je 12.00. Kako on misli da mu sat žuri 5 minuta, to znači da mu sat pokazuje 12.05. Kako taj isti sat kasni, znači da je tačno vreme ustvari za 10 minuta veće od toga, tj. 12.15. Ako je tačno vreme 12.15, kako Lazarov sat žuri 5 minuta, to znači da on pokazuje 12.20, a ako Lazar misli da on kasni 10 minuta, on na to vreme dodaje još 10 minuta te zapravo misli da je 12.30.

Tačan odgovor je dakle pod G) 12.30.

Primer 9. (zadatak za 7. i 8. razred osnovnih škola, 5 poena, 2016.) Dvanaest devojaka se srelo u kafeu. Pojele su po 1,5 kolača u proseku. Nijedna od njih nije pojela više od dva kolača, a dve od njih su samo pile mineralnu vodu. Koliko devojaka je pojelo po dva kolača?

A) 2 B) 5 V) 6 G) 7 D) 8

*Rešenje.*Odmah primetimo da su sve devojke zajedno pojele $12 \cdot 1{,}5 = 18$ kolača. Nijedna nije pojela više od dva kolača, dakle svaka je pojela ili 1 ili 2 kolača. Takođe, dve od njih samo su pile mineralnu vodu, tako su kolače jele 10 od 12 devojaka. Sve od tih 10 devojaka su pojele makar po jedan kolač, te nam ostaje 18-10=8 kolača da rasporedimo na 10 devojaka. Kako ni jedna nije pojela više od 2 kolača, to znači da je od tih 10 još 8 devojaka pojelo po kolač, odnosno da je ukupno 8 devojaka pojelo po dva kolača. Tačan odgovor je D) 8.

Primer 10 . (zadatak za 7. i 8. razred osnovnih škola, 5 poena, 2016.) Crvenkapa je nosila kolače trima bakama. Krenula je sa korpom punom kolača. Neposredno pre nego što je ušla u kuću svake od baka vuk je pojeo polovinu kolača iz korpe. Kada je izašla iz kuće treće bake u kopri više nije imala kolače. Svakoj baki je dala isti broj kolača. Koji od sledećih brojeva sigurno deli broj kolača koje je Crvenkapa imala u korpi kada je krenula?

A) 4 B) 5 V) 6 G) 7 D) 9

Rešenje. Analizirajmo broj kolača po koracima, tj. posetama Crvenkape kod baka redom. Ako uzmemo da je Crvenkapa imala na početku x kolača u korpi, prvu posetu opisaćemo sledećom jednačinom:

$$x - \frac{x}{2} - y = \frac{x}{2} - y = \frac{x - 2y}{2}$$

dakle, toliko jabuka je ostalo Crvenkapi u korpi nakon posete prvoj baki, pri čemu je $\frac{x}{2}$ jabuka vuk pojeo pre ulaska u kuću, a Crvenkapa je y jabuka dala prvoj baki. Drugu posetu opisujemo jednačinom:

$$\frac{x - 2y}{2} - \frac{x - 2y}{4} - y = \frac{2x - 4y - x + 2y - 4y}{4} = \frac{x - 6y}{4}$$

toliko jabuka je ostalo u korpi nakon druge posete, i konačno:

$$\frac{x - 6y}{4} - \frac{x - 6y}{8} - y = \frac{2x - 12y - x + 6y - 8y}{8} = \frac{x - 14y}{8}$$

je ostalo jabuka Crvenkapi nakon treće posete, a kako je to, iz uslova zadatka, baš jednako nuli, imamo:

$$\frac{x - 14y}{8} = 0 \Leftrightarrow x - 14y = 0$$

$$x = 14y$$

Dakle, početni broj jabuka x sigurno dele brojevi 2, 7 i 14, a kako je 7 jedini ponuđen u potencijalnim odgovorima, to je i tačan odogovor G) 7.

Možemo uočiti da za većinu ovih primera nije neophodno neko konkretno prethodno stečeno znanje, osim naravno osnovnog poznavanja matematičkih operacija, jednačina i nejednačina, za razliku od takmičenja koje organizuje Ministarstvo prosvete, gde se veliki broj zadataka, bez prethodno dobrog poznavanja gradiva, ne bi mogao tačno rešiti. Na takmičenju Kengur bez granica koje organizuje Društvo matematičara Srbije, zahteva se određen nivo logičkog, kombinatornog i kreativnog mišljenja, razumevanje tekstova zadataka te primena stečenog matematičkog znanja. Veliki broj zadataka ovde moguće je rešiti i na veći broj načina, tako da širina znanja i kreativnost u velikom smislu dolaze do izražaja.

3.3. Takmičenje Misliša u organizaciji Matematičkog društva Arhimedes

Takmičenje Misliša organizovano je od strane Matematičkog društva “Arhimedes”. “Arhimedes” je je specijalizovano stručno društvo u oblasti obrazovanja i vaspitanja, koje okuplja prvenstveno darovite mlade matematičare i druge ljubitelje matematike i računarstva raznih uzrasta (učenici osnovnih i srednjih škola, studenti, nastavnici i drugi odrasli koji se bave matematikom) i to na celom području Republike Srbije. Matematičko društvo “Arhimedes” je organizator takmičenja Misliša.

Ovo takmičenje odobreno je od strane Ministarstva prosvete Republike Srbije 6. decembra 2005. godine, a po prvi put je organizovano 2006. godine i tada je na njemu učestvovalo oko 7000 učenika osnovnih i srednjih škola. Taj broj je samo rastao iz godine u godinu, te je tako do kraja 2011. godine ovim takmičenjem prošlo i više od 146 000 učenika, a 2016. godine na ovom matematičkom takmičenju učestvuje preko 50 000 učenika.

Misliša ima dva nivoa: osnovni nivo i republičko finale. Po uzoru na “Kengura bez granice” osnovni nivo takmičenja se odvija u isto vreme u svim školama čiji učenici na takmičenju i učestvju, a republičko finale održava se u Beogradu. Učesnici su učenici od 2. razreda osnovne koje pa sve do 4. razreda srednje škole i po tim kategorijama su i razvrstani, što je i najveća razlika u odnosu na “Kengura”. Prijavljeni učesnici rade test koji u njihovu školu dostavlja “Arhimedes”. Test za 2. razred sastoji se od 15 zadataka i 60 bodova, za sve ostale razrede osnovne i srednje škole postoji 25 zadataka i 100 mogućih bodova. Na svaki zadatak postoji i 5 mogućih odgovora od kojih je samo jedan tačan, a samo jedan odgovor učenik i obeležava. Zadaci su poređani po težini u tri klase. Takođe, za razliku od “Kengura”, nema negativnih bodova. Na republičkom finalu, Beogradu, radi se po 6 zadataka. Gradivo za ovo takmičenje prati tj. paralelno je sa gradivom odgovarajućeg razreda osnovne škole, a postoji i dodatna literatura u obliku zbirki zadataka sa rešenim zadacima za ovo takmičenje.

Cilj ovog takmičenja, te takmičenja sa sličnim konceptom i idejom jeste pre svega popularisanje matematike, širenje matematičke kulture među mladima, razvijanje interesovanja što većeg broja učenika za nju, ali isto tako i razvijanje logičko-kombinatornih sposobnosti učenika, podsticanje za dublje usvajanje gradiva i sadržaja školske matematike i motivisanje za učešće u drugim takmičenjima.

Pored Misliše, kao najzvučnijeg takmičenja, Matematičko društvo “Arhimedes” organizuje još takmičenja poput *Dopisne i internet olimpijade,* kao i razne *Matematičke turnire*. Cilj i svrha svih ovih takmičenja su prilično slični kao i kod “Misliše”, a ideje i koncepti su malo drugačiji - na matematičkim turnirima uglavnom učestvuju učesnici u grupama (od 4. do 8. razreda osnovne škole) te se tu uvežbavaju i tehnike timskog rada, a dopisna olimpijada radi se pismeno, pa u njoj mogu učestvovati kako učenici i nastavnici, tako i svi ostali zainteresovani.

U nastavku slede primeri zadataka iz sve 3 klase težine za 4. razred osnovne škole.

Primer 1.(3 boda) Od kanapa dužine 10 metara, odsečen je komad dužine 3 metra. Za koliko metara je komad koji je ostao duži od komada koji je odsečen?

A) 2 m B) 3 m V) 4 m G) 5 m D) jednaki su

Rešenje. Tačan odgovor je pod V). Glavna ideja i motivacija koju je autor imao kada je zadavao ovaj zadatak da učenik jasno sebi predstavi veličine, odnos prirodnih brojeva, pojam većeg ili manjeg i za koliko, dakle prosto neke fundamentalne vrednosti i procene koje bi učeniku koristile u daljem logičko-matematičkom pristupu i razmišljanju. Dakle, ideja rešavanja za ovaj uzrast više se zasniva na vizuelizaciji navedenog kanapa i perceptivnog upoređivanja dva dela ovog kanapa.

Treba napomenuti da, za ovaj uzrast, prvi deo (najjednostavniji, tj. za 3 boda) obiluje zadacima tipa koliko ivica ima kocka, koliko strana ima kvadar, ako je utakmica trajala 2 sata i 18 minuta koliko ukupno minuta je trajala utakmica itd. dakle, prosto se proverava vladanje pojmovima, preračunavanje jedinica i neka osnova za dalji matematički razvoj deteta. Možda zadaci na prvi pogled i deluju jednostavno, ali kada se u takav test uključi i faktor ograničenog vremena, možda se to može u neku ruku definisati kao test matematičke pismenosti u tom uzrastu ili prosto talenta i afiniteta za matematiku.

Primer 2. (4 boda) U magičnom kvadratu zbirovi brojeva u svakoj vrsti, svakoj koloni i na svakoj dijagonali treba da budu jednaki. Da bi kvadrat, na slici, bio magičan, koji broj treba da stoji umesto slova H?

A) 3 B) 5 V) 8 G) 13 D) 16

	17	
H	9	
	1	15

Rešenje. Izračunajmo traženi zbir vrste, kolone odnosno dijagonale. To možemo uraditi uz pomoć zbira elemenata druge kolone ove tabele: 17 + 9 + 1 = 27. Ukoliko elemente tabele označimo sa a_{ij}, gde sa i označavamo broj vrste, a sa j broj kolone, dalje bismo mogli izračunavati redom elemente: $a_{31} = 11$, $a_{13} = 7, a_{21} = 5$, $a_{11} = 3$, nakon tih izračunavanja ostaje nam samo da iz druge vrste izračunamo $H = 27 - 9 - 5 = 13$, a ukoliko proverimo prvu kolonu $3 + 13 + 11 = 27$, što znači da smo dobro odredili H. Tačan odgovor je dakle pod G).

Primer 3. (5 bodova, *Stari kineski zadatak)*

U kavezu se nalaze fazani i zečevi. Sve životinje imaju ukupno 35 glava i 94 noge.Treba naći broj fazana i broj zečeva, pa odgovoriti kojih životinja ima više i za koliko?

A) Zečeva, za 8 više B) Zečeva, za 9 više V) Fazana, za 10 više

G) Fazana, za 11 više D) Ne može se utvrditi

Rešenje. Zadatak ćemo rešiti metodom lažne pretpostavke. Naime, ako bi u kavezu bili samo fazani onda bi broj nogu bio 70, a ne 94. Prema tome, ovaj "višak" od 24 noge treba rasporediti tako da neke od već pretpostavljenih dvonožnih životinja postanu četvoronožne. To se može uraditi na sledeći način 24 : 2 = 12, pa zaključujemo da je zečeva 12, a fazana 23. Tačan odgovor na pitanje zadatka je da fazana ima 11 više, odnosno pod G).

Dalje, sledi još zadataka sa Mislište za više razrede osnovnih škola.

Primer 4 . (zadatak za 5. razred osnovnih škola, 5 poena, 2012*)* Zbir tri broja je 348. Ako se svaki od tih brojeva umanji za jedan isti broj, dobiće se brojevi 101, 105 i 112. Koliki je zbir cifara u tri prvobitno data broja?

A) 20 B) 17 V) 15 G) 12 D) 9

Rešenje. Postavimo sistem jednačina sa svim informacijama koje imamo:

$$x + y + z = 348$$

$$x - r = 101$$

$$y - r = 105$$

$$z - r = 112$$

Dakle, imamo sistem četiri jednačine sa četiri nepoznate. Ukoliko izrazimo redom $x,\ y,\ z$ preko r te vratimo u prvu jednačinu dobijamo:

$$3r + 101 + 105 + 112 = 348 \Rightarrow\ r = 10$$

i dobijamo, onda redom brojeve $x = 111,\ y = 115,\ z = 122$. Zbir njihovih cifara je upravo broj V) 15.

Primer 5.(zadatak za 6. razred osnovnih škola, 5 poena, 2012*)* Pred tobom se nalaze 4 paketa različitih težina. Imaš zadatak da ih poređaš od najlakšeg do najtežeg. Na raspolaganju su ti terazije sa dva tasa, ali tegove nemaš. Sa koliko najmanje merenja (upoređivanja težina datih paketa) možeš izvršiti zadatak?

A) 1 B) 2 V) 3 G) 4 D) 5

Rešenje. Pri ovoj analizi uzimaćemo najnepovoljniji scenario, tj. scenario koji nam u svakom merenju daje najmanje informacija o težinama paketa, ali kada ga razmotrimo dobićemo siguran broj merenja koji nam je potreban da pakete poređamo po težini.

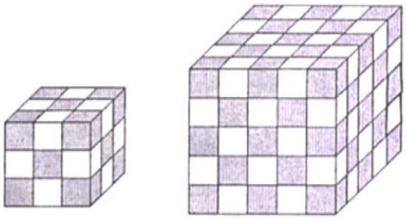
Dakle, obeležimo pakete redom sa A, B, C, D, te njima odgovarajuće mase sa $m_A,\ m_B,\ m_C,\ m_D$.

U prva dva merenja uporedimo masu m_A sa m_B te m_A sa m_C. U povoljnijim okolnostima mogli bismo dobiti tačan poredak masa $m_A,\ m_B,\ m_C$ (ako je $m_A < m_B, m_B < m_C$), međutim ukoliko dobijemo odnos $m_A < m_B$,$m_A < m_C$, potrebno nam je još jedno merenje da uporedimo m_B i m_C. Stoga, iz tri merenja zasigurno možemo doći do odnosa tri mase $m_A,\ m_B,\ m_C$ i bez umanjenja opštosti pretpostavimo da su one u poretku $m_A < m_B < m_C$. Četvrto merenje koristimo da m_D uporedimo sa m_B, pa ukoliko dobijemo da je $m_B < m_D$ (analogno za slučaj$m_D < m_B$), potrebno je još samo jedno merenje da bi uporedili m_C i m_D.

Pod „srećnim“ okolnostima može se desiti i da sa tri merenja identifikujemo niz ($m_A < m_B,\ m_B < m_C, m_C < m_D$), ali verovatnoća za to nije velika.

Generalno, sa 5 merenja možemo sa sigurnosti poslagati pakete A, B, C, D u niz rastući po vrednosti njihovih masa, pa je tačan odgovor D) 5.

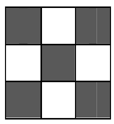
Primer 6.(zadatak za 7. razred osnovnih škola, 5 poena, 2012*)*



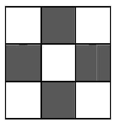
Svaka od kocki, prikazanih na slici iznad, sastavljena je od crnih i belih jediničnih kockica, prva dimenzija 3×3, a druga dimenzija 5×5. U temenima se nalaze crne kockice. Svake dve susedne kockice su različito obojene. Za koliko je, na svakoj od prikazanih kocki, broj crnih kockica veći od broja belih kockica?

A) Na prvoj za 1, na drugoj za 2   B) Na prvoj za 1, na drugoj za 3
V) Na prvoj je isti broj, na drugoj za 2   G) Na svakoj za 2   D) Na svakoj za 1

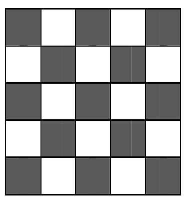
Rešenje. Posmatrajmo prvo prvu kocku, dimenzija 3×3. Ako je posmatramo iz 2D perspektive, gledajući odozgo, primetimo da se sastoji od tri nivoa od kojih su gornji i donji sledeće strukture



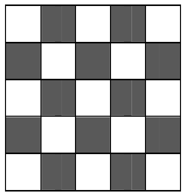
a srednji nivo



i tu ima ukupno $2 \cdot 5 + 4 = 14$ crnih i $2 \cdot 4 + 5 = 13$ bele kockice, pa je na prvoj kocki za 1 veći broj crnih kockica. Na drugoj kocki, dimenzija 5×5, neparni nivoi (1, 3, 5) su strukture



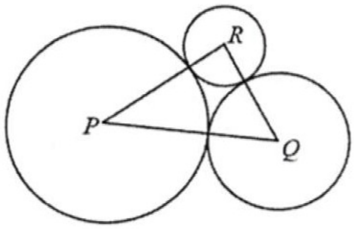
dok su parni nivoi (2, 4)



i u velikoj kocki je ukupno $3 \cdot 13 + 2 \cdot 12 = 63$ crne, a $2 \cdot 13 + 3 \cdot 12 = 62$ bele kockice, dakle, takođe za 1 je više crnih od belih kockica.
Tačan odgovor je D) Na svakoj za 1.

Primer 7.(zadatak za 8. razred osnovnih škola, 5 poena, 2012*)* Krugovi sa centrima u tačkama P,Q i R imaju redom poluprečnike 3, 2 i 1. Svi krugovi se dodiruju spolja (kao na slici). Kolika je površina trougla PQR?

A) 3 B) 4 V) 5 G) 6 D) 8



Rešenje. Po strukturi trougla, kako vidimo po slici, dužine njegovih stranica su redom zbirovi poluprečnika krugova, tj. 5, 4 i 3. Odmah primetimo da je to odnos stranica kod Pitagorinog trougla, tj. trougla za koji važi Pitagorina teorema, a to je upravo pravougli trougao.
Kada to zaključimo, nije teško izračunati površinu takvog trougla, koja je zapravo polovina proizvoda dužine dve katete, odnosno

$$\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

pa je tačan odgovor G) 6.

Kako smo dakle, u prethodnom odeljku o takmičenju *Kengura bez granica* i naveli glavne razlike takvog takmičenja u odnosu na takmičenja koje organizuje Ministarstvo prosvete Republike Srbije, ovde važi slično razmatranje, što i jeste logično jer je Misliša pravljen baš po uzoru na *Kengura bez granica*. Najveća razilka je ta što su u Misliši kategorije podeljene tačno po svakom razredu ponaosob, dok su kod *Kengura*, kao što smo već videli, osim 1. i 2. razreda koji su posebne kategorije, svi ostali u grupama od po dva razreda (3. i 4., 5. i 6., 7 i 8.), što u zavisnosti od još nekih faktora, može predstavljati nezanemarljivu razliku, kako u gradivu za čitavu školsku godinu više obrađenom, tako i u samoj zrelosti razmišljanja učenika. Svakako je tako gledajući, logičniji sistem grupa u takmičenju Misliša, međutim kod *Kengura bez granica*, upravo iz razloga što ga rade učenici iz celog sveta, nije moguće odrediti grupe tačno po razredima, jer plan i program nije isti u obrazovim sistemima svih zemalja.

Ono što je neoborivo jeste da samo učestvovanje učenika na ovakvim takmičenjima pomaže da oni razviju svoje kapacitete i afinitete prema matematici i rešavanju matematičkih problema uopšte, a, s druge strane, u tom starosnom dobu bitno je razviti i takmičarski duh dece uopšte, motivaciju, kao i želju za uspehom i stalnim napredovanjem.

4. Istraživanje o značaju takmičenja iz matematike

Cilj ovog istraživanja je utvrditi značaj takmičenja iz matematike, njihov uticaj na druge kvalitete učenika, kao i na olakšavanje savladavanja drugih nastavnih predmeta. Posebna pažnja je usmerena na uspeh iz drugih prirodnih nauka. Istraživanje je vršeno pomoću ankete koja je data u nastavku. Anketa se sastoji iz dva dela, gde je prvi deo namenjen svim učenicima, a drugi samo učenicima koji su bar jednom učestvovali na nekom takmičenju iz matematike. Razlog za takvu strukturu leži u cilju olakšanja poređenja takmičara među sobom i dobijanje nekih dodatnih informacija vezanih za njih.

Prvi upitnik se sastoji od 21 tvrdnje, odnosno izjave, dok je drugi namenjen takmičarima i sastoji od 13 tvrdnji. U oba upitnika su pored tvrdnji postavljene ocene (od 1 do 5) za njihovo vrednovanje. Analizu i upoređivanje učenika vršićemo tako što ćemo ocene 5 i 4 smatrati da se učenici više ili manje slažu sa tvrdnjom, dok ćemo za 2 i 1 smatrati da se više ili manje ne slažu. Ukoliko je učenik ocenio neku tvrdnju ocenom 3 smatraćemo da je neodlučan za tu tvrdnju.

Istraživanje je sprovedeno u 12 osnovnih škola u Vojvodini: OŠ ”Svetozar Miletić” Vrbas 49 učenika, OŠ ”20. oktobar” Vrbas 42 učenika, OŠ ”Petar Petrović Njegoš” Vrbas 43 učenika, OŠ ”Bratstvo jedinstvo” Vrbas 49 učenika, OŠ ”Vuk Karadžić” Bačko Dobro Polje 48 učenika, OŠ ”Jovan Jovanović Zmaj” Zmajevo 35 učenik, OŠ ”Branko Radičević” Ravno Selo 34 učenika, OŠ ”Braća Novakov” Silbaš 21 učenika, OŠ ”Aleksa Šantić” Gajdobra 25 ucenika, OŠ ”Bratstvo jedinstvo” Sombor 51 učenik, OŠ ”Paja Jovanović” Vršac 52 učenika, OŠ ”Novak

Radonić" Mol 37 učenika, tj. ukupno je anketirano 486 učenika, od kojih je 118 učenika nekada učestvovalo na nekom od takmičenja. Od ukupno 118 takmičara bilo je 66 dečaka i 52 devojčice. Učenici su birani iz škola sa različitim socijalnim statusom pa uzorak u velikoj meri može reprezentovati ukupnu učeničku populaciju, uzrasta osnovne škole u Republici Srbiji. Ispitivanjem nisu obuhvaćene specijalne škole, pa se zaključci i eventualne implikacije o takvima ne mogu donositi na osnovu ovog istraživanja.

Od učenika je u anketnim upitnicima traženo da napišu ocenu iz matematike, kao i uspeh koji su imali u predhodnoj školskoj godini. Zanimljivo je konstatovati da je prosek ocena iz matematike i uopšte nešto viši od proseka, što može biti prihvatljivo. Međutim, posmatrajući rezultate postignute na završnim ispitima, možemo utvrditi da je taj prosek ipak nešto niži.

Anketa je obavljena anonimno, pri čemu je rečeno da se anketiranje vrši u svrhu izrade master rada i da je cilj anketiranja utvrditi značaj takmičenja iz matematike uopšte. Učenicima je naglašeno da iskreno daju odgovore, anketu su popunjavali pre početka nastave tog dana, kako bi bili pod što manjim trenutnim utiskom o školi.

U nastavku ćemo dati izgled ankete, a potom i rezultate. Rezultati će biti dati odvojeno za takmičare i za učenike koji se nisu takmičili kako bi lakše mogli da uvidimo razlike. Kako nam uzorci takmičara i netakmičara nisu jednake veličine, rezultate ćemo izraziti u procentima radi lakšeg poređenja. Analiziraćemo samo neke tvrdnje koje su bile predmet anketiranja.

ANKETA

Cilj ove ankete je da saznamo i analiziramo ulogu i značaj učestvovanja, uspeha i iskustva uopšte na matematičkim takmičenjima. Dalje, analiziramo uticaj matematičkih takmičenja na dalje školovanje, usvajanje gradiva viših razreda iz matematike, potom i na polaganje završnog ispita nakon osnovne škole.

Poštovani učenici, molimo Vas da pažljivo pročitate i popunite anketu.

Zaokružiti:

Pol: M/Ž

Ocena iz matematike koju si imao/-la u prethodnoj godini: 5 4 3 2 1

Uspeh u školi koji si imao/-la u prethodnoj godini:

5-odlican 4-vrlo dobar 3-dobar 2-dovoljan 1-nedovoljan

Odgovori na sledeća pitanja:

Da li si nekada učestvovao na bilo kakvom takmičenju iz matematike? ______________________

Ako je odgovor na prošlo pitanje DA, odgovori na sledeća pitanja:

Koje je to bilo takmičenje? __________________________

Koje mesto si osvojio/-la?______________________

U tabeli koja sledi zaokružite odgovarajući broj (**5**-slažem se u potpunosti, **4**-uglavnom se slažem, **3**-delimično se slažem, **2**-uglavnom se ne slažem, **1**-ne slažem se u potpunosti):

Redni broj	Izjava	Odgovor				
		5	4	3	2	1
1.	Matematika mi je zanimljiv predmet.					
2.	Volim matematiku i volim da rešavam zadatke iz matematike.					
3.	Nastavnik mi predaje na zanimljiv način.					
4.	Nastavnik je uvek voljan da pomogne u savladavanju gradiva.					
5.	Atmosfera na času je radna i opuštena.					
6.	Nastavnik gradivo izlaže na jasan i razumljiv način.					
7.	Zadaci na pismenom su jasni i dovoljno uvežbani.					
8.	Volim da učim matematiku.					
9.	Znanje iz matematike će mi pomoći kod polaganja završnog ispita.					

10.	Znanje iz matematike će mi značiti u daljem školovanju.					
11.	Znanje iz matematike sam nekada iskoristio/-la u realnom primeru ili životu.					
12.	Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz matematike, s obzirom na moje sposobnosti.					
13.	Išao/-la bih i učestvovao/-la na takmičenju iz matematike.					
14.	Druge prirodne nauke (fizika, hemija, biologija, geografija...) koje učim su mi zanimljive.					
15.	Učenje drugih prirodnih nauka mi je zanimljivo.					
16.	Znanje iz drugih prirodnih nauka će mi značiti u daljem školovanju i životu.					
17.	Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz drugih prirodnih nauka.					
18.	Išao/-la bih i učestvovao/-la na takmičenju iz fizike, hemije, biologije ili geografije.					
19.	Volim da stičem nova znanja.					
20.	Provodim dosta vremena učeći.					
21.	Bitnije mi je da razumem nego da dobijem 5.					

Sledeću tabelu popunjavaju **samo** učenici koji su ušestvovali na nekom matematičkom takmičenju:

Redni broj	Izjava	Odgovor				
		5	4	3	2	1
1.	Dopalo mi se takmičenje na kome sam učestvovao/-la.					
2.	Zadaci su bili teški.					
3.	Zadovoljan/-na sam svojim rezultatima na takmičenju.					
4.	Očekivao/-la sam da osvojim neko od prva tri mesta na takmičenju iz matematike.					
5.	Zadaci koje sam vežbao/-la za takmičenje bili su mi poznati iz prethodnog školskog gradiva.					
6.	Bilo mi je potrebno puno vremena da se spremim za takmičenje.					
7.	Zbog dodatnih primprema popustio/-la sam u školi iz drugih predmeta.					
8.	Sa gradivom koje sam vežbao/-la za takmičenje susreo/-la sam se kasnije, tj. u daljem školskom programu.					
9.	Gradivo koje sam vežbao/-la za takmičenje pomoglo mi je u daljem učenju matematike.					
10.	Gradivo koje sam vežbao/la za takmičenje pomaže/pomoći će mi u pripremanju završnog ispita iz matematike.					
11.	Stečeno znanje i iskustvo sa takmičenja mi pomažu u daljem					

	školovanju.					
12.	Upoznao/-la sam druge učenike sličnih interesovanja sa kojima ću u budućnosti sarađivati.					
13.	Učestvovao/-la bih ponovo na takmičenju.					

4.1. Analiza rezultata ankete

U sledećim tabelama klasifikovani su obrađeni podaci iz ankete, tj. u odgovarajućim poljima evidentiran je procenat pojavljivanja određenih odgovora. Naime, po vrstama su upisane tvrdnje iz ankete, a po kolonama procenti odgovarajućih odgovora.

Redni broj	Izjava	Odgovor				
		5	4	3	2	1
1.	Matematika je zanimljiv predmet.	7,07 %	16,03 %	26,90 %	30,98 %	19,02 %
2.	Volim matematiku i volim da rešavam zadatke iz matematike.	7,34 %	14,95 %	27,99 %	31,25 %	18,48 %
3.	Nastavnik mi predaje na zanimljiv način.	6,25 %	19,29 %	29,08 %	28,80 %	16,58 %
4.	Nastavnik je uvek voljan da pomogne u savladavanju gradiva.	18,75 %	20,65 %	27,99 %	19,84 %	12,77 %
5.	Atmosfera na času je radna i opuštena.	18,21 %	21,47 %	26,36 %	20,38 %	13,59 %
6.						

	Nastavnik gradivo izlaže na jasan i razumljiv način.	11,20 %	14,4 %	20,38 %	34,51 %	19,29 %
7.	Zadaci na pismenom su jasni i dovoljno uvežbani.	10,05 %	13,32 %	21,47 %	35,05 %	20,11 %
8.	Volim da učim matematiku.	6,52 %	13,04 %	24,73 %	35,05 %	20,65 %
9.	Znanje iz matematike će mi pomoći kod polaganja završnog ispita.	11,96 %	24,46 %	40,22 %	16,58 %	6,79 %
10.	Znanje iz matematike će mi značiti u daljem školovanju.	9,24 %	17,39 %	26,63 %	31,25 %	15,49 %
11.	Znanje iz matematike sam nekada iskoristio/-la u realnom primeru ili životu.	6,79 %	19,02 %	27,45 %	28,26 %	18,48 %
12.	Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz matematike, s obzirom na moje sposobnosti.	26,90 %	23,10 %	27,45 %	13,59 %	8,97 %
13.	Išao/-la bih i učestvovao/-la na takmičenju iz matematike.	2,99 %	7,61 %	25,54 %	37,23 %	26,63 %
14.	Druge prirodne nauke (fizika, hemija, biologija, geografija...) koje učim su mi zanimljive.	15,49 %	25,54 %	35,05 %	12,77 %	11,14 %
15.	Učenje drugih prirodnih nauka mi je zanimljivo.	14,67 %	22,28 %	33,42 %	17,39 %	12,23 %
16.	Znanje iz drugih prirodnih nauka će mi značiti u daljem školovanju i životu.	13,04 %	19,29 %	20,92 %	32,07 %	14,67 %
17.	Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz drugih prirodnih nauka.	14,95 %	22,55 %	28,26 %	23,37 %	10,87 %
18.	Išao/-la bih i učestvovao/-la na takmičenju iz fizike, hemije, biologije ili geografije.	7,34 %	10,60 %	32,61 %	25,54 %	23,91 %
19.						

	Volim da stičem nova znanja.	9,78 %	7,88 %	20,38 %	27,45 %	34,51 %
20.	Provodim dosta vremena učeći.	10,60 %	19,02 %	27,72 %	26,90 %	15,76 %
21.	Bitnije mi je da razumem nego da dobijem 5.	5,43 %	7,61 %	14,67 %	39,13 %	33,15 %

Tabela 1. Rezultati ankete za učenike netakmičare tabelarno prikazani u procentima

Redni broj	Izjava	Odgovor				
		5	4	3	2	1
1.	Matematika je zanimljiv predmet.	90,68 %	7,63 %	1,69 %	0,00 %	0,00 %
2.	Volim matematiku i volim da rešavam zadatke iz matematike.	89,83 %	9,32 %	0,85 %	0,00 %	0,00 %
3.	Nastavnik mi predaje na zanimljiv način.	24,58 %	34,75 %	23,73 %	7,63 %	9,32 %
4.	Nastavnik je uvek voljan da pomogne u savladavanju gradiva.	42,37 %	20,34 %	21,19 %	10,17 %	5,93 %
5.	Atmosfera na času je radna i opuštena.	16,10 %	33,05 %	25,42 %	14,41 %	11,02 %
6.	Nastavnik gradivo izlaže na jasan i razumljiv način.	23,73 %	37,29 %	27,12 %	4,24 %	7,63 %
7.	Zadaci na pismenom su jasni i dovoljno uvežbani.	36,44 %	29,66 %	24,58 %	3,39 %	5,93 %
8.	Volim da učim matematiku.	51,69 %	37,29 %	10,17 %	0,85 %	0 %
9.	Znanje iz matematike će mi pomoći kod polaganja završnog ispita.	33,05 %	41,53 %	25,42 %	0 %	0 %

10.	Znanje iz matematike će mi značiti u daljem školovanju.	46,61 %	35,59 %	17,80 %	0 %	0 %
11.	Znanje iz matematike sam nekada iskoristio/-la u realnom primeru ili životu.	36,44 %	32,20 %	28,81 %	0,85 %	1,69 %
12.	Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz matematike, s obzirom na moje sposobnosti.	35,59 %	33,05 %	28,81 %	0 %	2,54 %
13.	Išao/-la bih i učestvovao/-la na takmičenju iz matematike.	71,19 %	22,88 %	0 %	2,54 %	3,39 %
14.	Druge prirodne nauke (fizika, hemija, biologija, geografija...) koje učim su mi zanimljive.	36,44 %	29,66 %	24,58 %	5,08 %	4,24 %
15.	Učenje drugih prirodnih nauka mi je zanimljivo.	34,75 %	31,36 %	22,88 %	5,93 %	5,08 %
16.	Znanje iz drugih prirodnih nauka će mi značiti u daljem školovanju i životu.	33,90 %	31,36 %	17,80 %	9,32 %	7,63 %
17.	Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz drugih prirodnih nauka.	40,68 %	29,66 %	16,10 %	5,93 %	7,63 %
18.	Išao/-la bih i učestvovao/-la na takmičenju iz fizike, hemije, biologije ili geografije.	12,71 %	22,88 %	29,66 %	19,49 %	15,25 %
19.	Volim da stičem nova znanja.	29,66 %	38,14 %	17,80 %	8,47 %	5,93 %
20.	Provodim dosta vremena učeći.	36,44 %	28,81 %	20,34 %	9,32 %	5,08 %
21.	Bitnije mi je da razumem nego da dobijem 5.	13,56 %	19,49 %	30,51 %	24,58 %	11,86 %

Tabela 2. Rezultati ankete za učenike takmičare tabelarno prikazani u procentima.

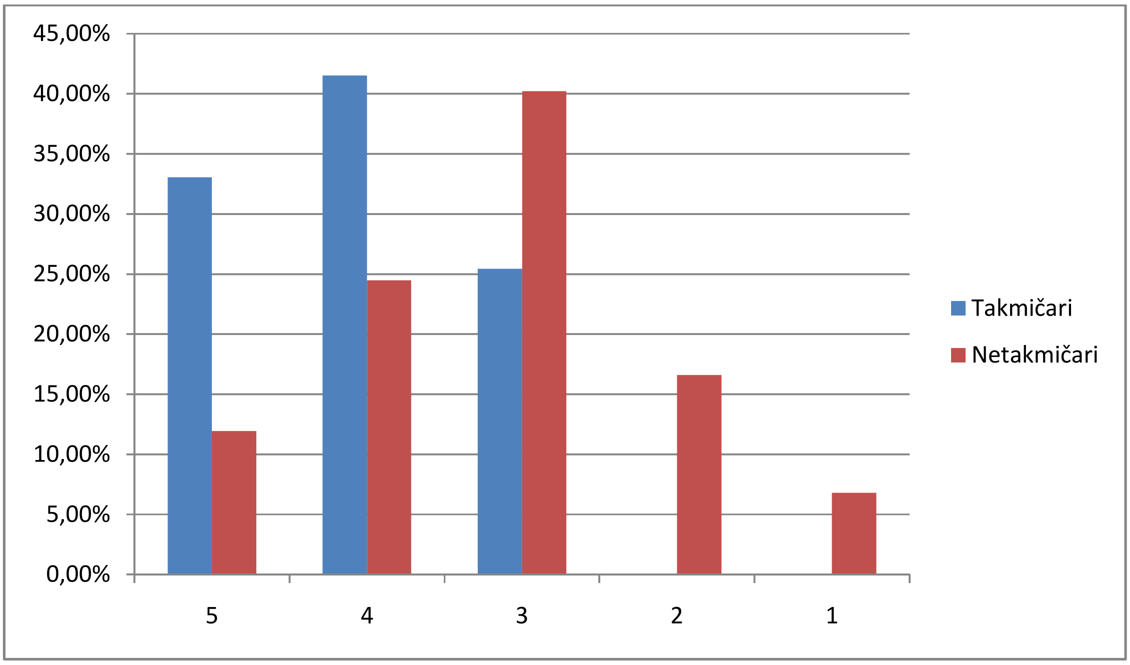
Redni broj	Izjava	Odgovor				
		5	4	3	2	1
1.	Dopalo mi se takmičenje na kome sam učestvovao/-la.	8,47 %	22,03 %	49,15 %	13,56 %	6,78 %
2.	Zadaci su bili teški.	11,02 %	23,73 %	33,05 %	24,58 %	7,63 %
3.	Zadovoljan/-na sam svojim rezultatima na takmičenju.	12,71 %	16,10 %	27,97 %	18,64 %	24,58 %
4.	Očekivao/-la sam da osvojim neko od prva tri mesta na takmičenju iz matematike.	29,66 %	21,19 %	21,19 %	14,47 %	13,56 %
5.	Gradivo koje sam vežbao/-la za takmičenje bilo mi je poznato iz ranijeg školskog gradiva.	9,32 %	22,03 %	31,36 %	19,49 %	17,80 %
6.	Bilo mi je potrebno puno vremena da se spremim za takmičenje.	20,34 %	33,05 %	24,58 %	14,41 %	7,63 %
7.	Zbog dodatnih primprema popustio/-la sam u školi iz drugih predmeta.	11,02 %	14,41 %	16,95 %	34,75 %	22,88 %
8.	Sa gradivom koje sam vežbao/-la za takmičenje susreo/-la sam se kasnije, tj. u daljem školskom programu.	16,95 %	23,73 %	25,42 %	16,10 %	17,80 %
9.	Gradivo koje sam vežbao/-la za takmičenje pomoglo mi je u daljem učenju matematike.	20,34 %	28,81 %	27,12 %	11,02 %	12,71 %
10.	Gradivo koje sam vežbao/-la za takmičenje će mi pomoći u polaganju završnog ispita iz matematike.	33,05 %	31,36 %	24,58 %	7,63 %	3,39 %

11.	Stečeno znanje i iskustvo sa takmičenja mi pomaže u daljem školovanju.	18,64 %	27,97 %	25,42 %	16,10 %	11,86 %
12.	Upoznao/-la sam druge učenike sličnih interesovanja sa kojima ću u budućnosti sarađivati.	17,80 %	49,15 %	13,56 %	11,02 %	8,47 %
13.	Učestvovao bih ponovo na takmičenju.	19,49 %	23,73 %	38,98 %	11,86 %	5,93 %

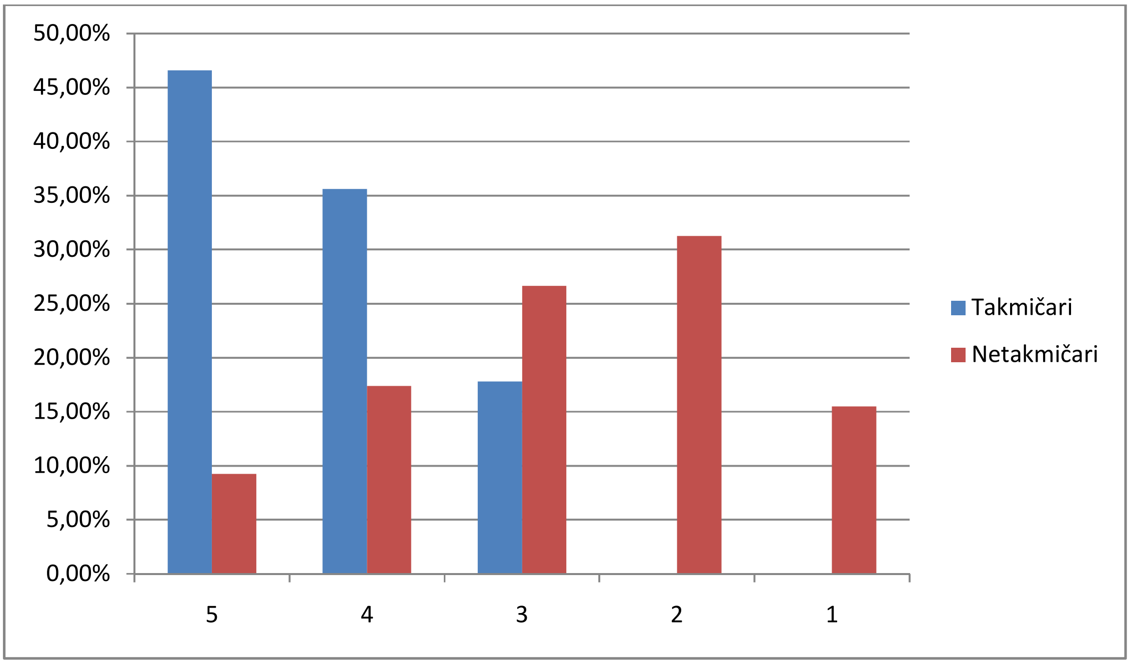
Tabela 3. Rezultati ankete za učenike takmičare tabelarno prikazani u procentima

Prvo ćemo uraditi uporednu analizu odgovora na tvrdnje koje su dali učenici takmičari i netakmičari. Na grafikonima su netakmičari prikazani crvenom, dok su takmičari prikazani plavom bojom. Na kraju ćemo skicirati i odgovore koje koje su davali samo takmičari vezane za njihovo iskustvo na takmičenjima na kojima su učestvovali.

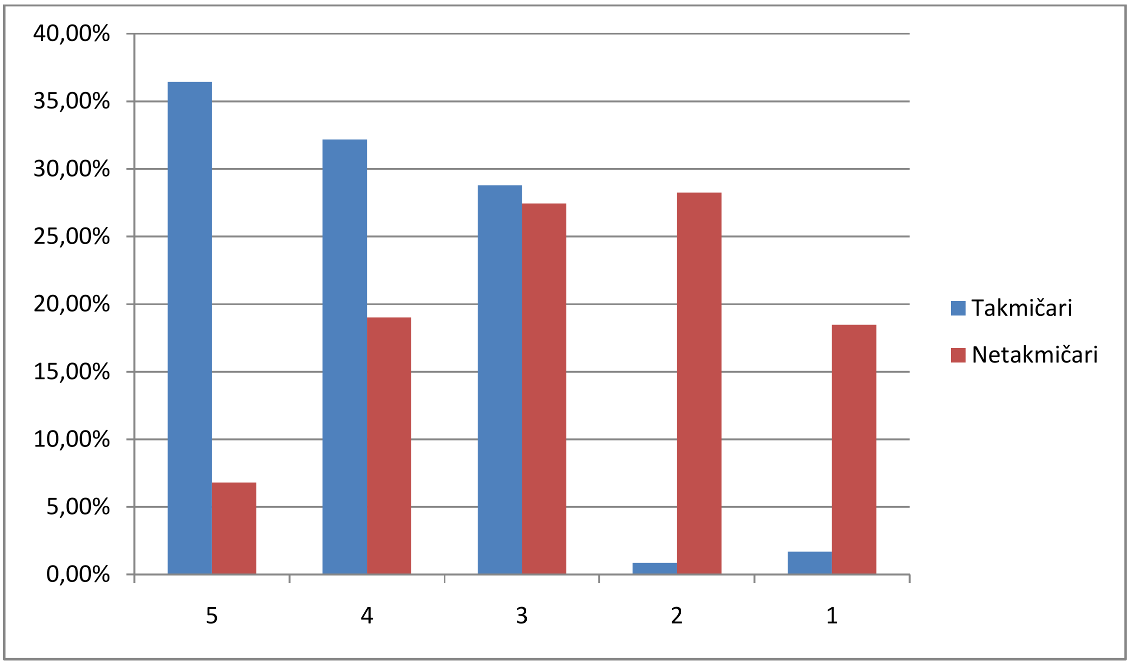
- **Značaj znanja iz matematike**



Histogram 1. Histogram iskaza "Znanje iz matematike će mi pomoći kod polaganja završnog ispita."



Histogram 2. Histogram iskaza "Znanje iz matematike će mi značiti u daljem školovanju"

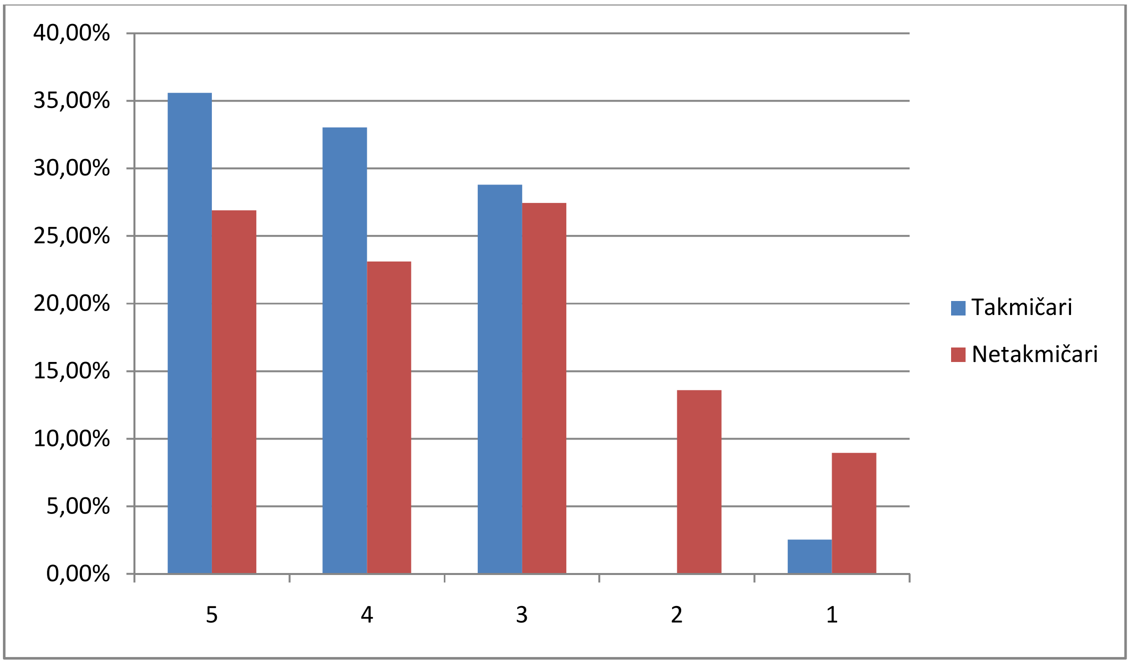


Histogram 3. Histogram iskaza " Znanje iz matematike sam nekada iskoristio/-la u realnom primeru ili životu."

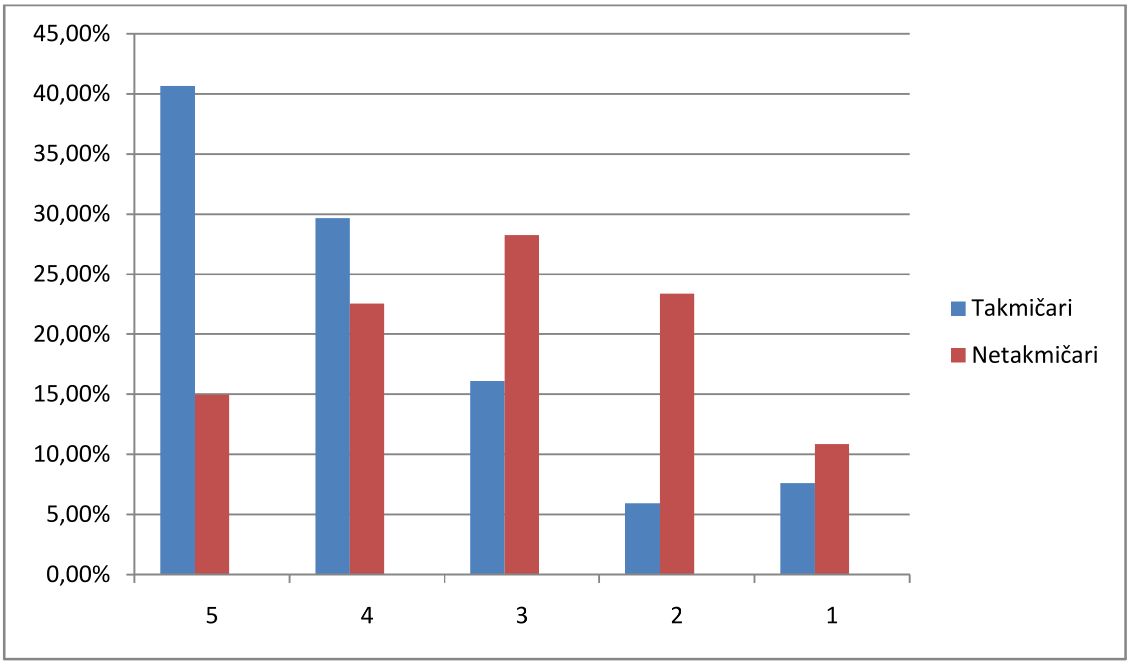
Na osnovu predhodnih histograma možemo videti da su učenici koji se takmiče iz matematike svesniji važnosti ovog predmeta. Više uviđaju da im znanje koristi kako u školi tako i u životu. Ipak, vidi se da postoje i takmičari koji nisu svesni da su svoje znanje nekada iskoristili u praksi.

Deca mlađeg uzrasta obično više shvataju važnost matematike, jer im je lakše da shvate da im je potrebno da znaju kako da raspolažu sa novcem, koliko će im ostati nekih predmeta ako se nekoliko njih potroši, kako da gledaju na sat i slično. Međutim, kako matematika postaje složenija učenicima biva sve teže da uvide njen značaj. Onima čiji afniteti nisu okrenuti ka matematici, stvari koje moraju da uče, pogotovo ukoliko su im isuviše konfuzne odnosno po njih nesavladive, udaljava matematiku kao nauku od njihovih interesovanja. Drugi učenici, čiji su kapaciteti okrenuti matematici, sa razvojem svog intelekta bivaju sve više svesni značaja i primene matematike u svim životnim sferama.

- **Stepen znjanja i samosvesnost**



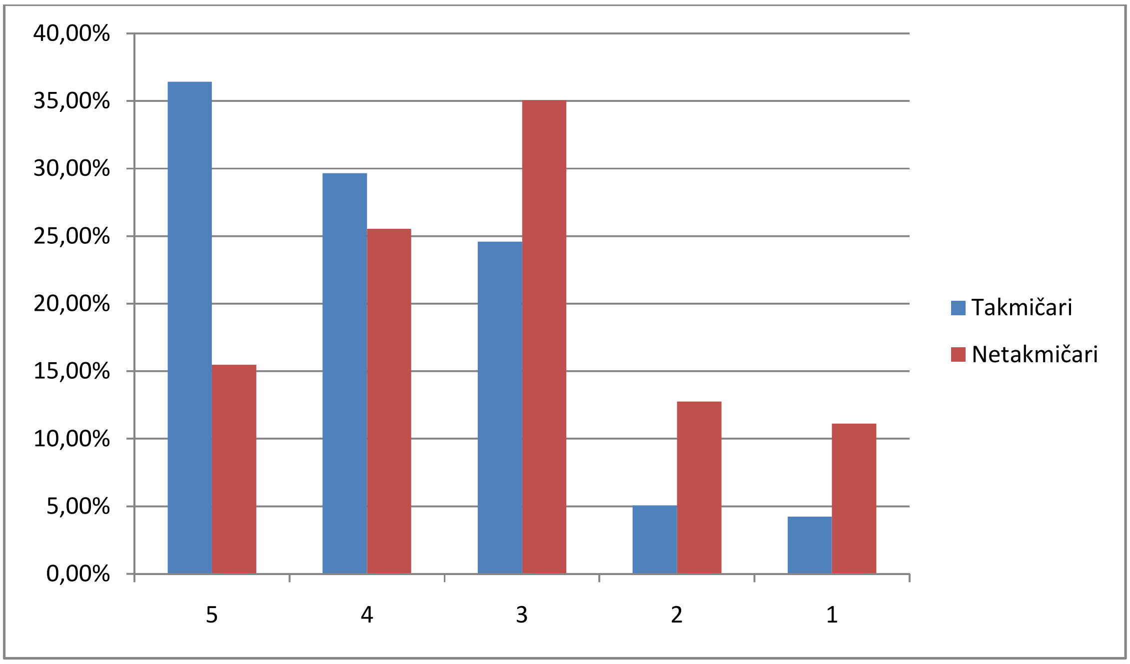
Histogram 4. Histogram iskaza "Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz matematike, s obzirom na moje sposobnosti".



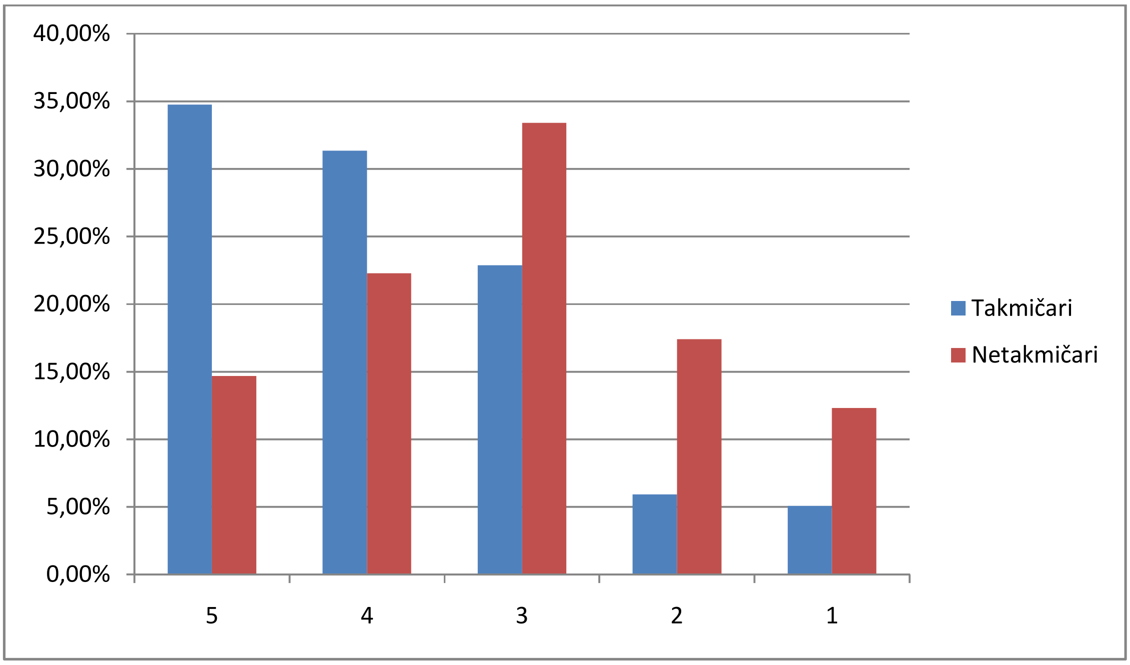
Histogram 5. Histogram iskaza "Zadovoljan/-na sam svojim stepenom znanja iz drugih prirodnih nauka".

Vidimo da su takmičari zadovoljniji svojim stepenom znanja iz matematike, što nije teško zaključiti. Međutim, rezultati nam pokazuju da su u odnosu na ostale učenike zadovoljniji i sa svojim znanjem iz drugih prirodnih nauka. To nam može ukazivati veće samopouzdanje i samouverenost takmičara što vodi lakšem ostvarivanju ciljeva kao i globalno uspehu u svim sferama života. Nije retkost da učenici koji su takmičari iz matematike imaju vrlo izražen talenat i za druge prirodne nauke, čak učestvuju i na takmičenjima iz fizike, hemije i slično.

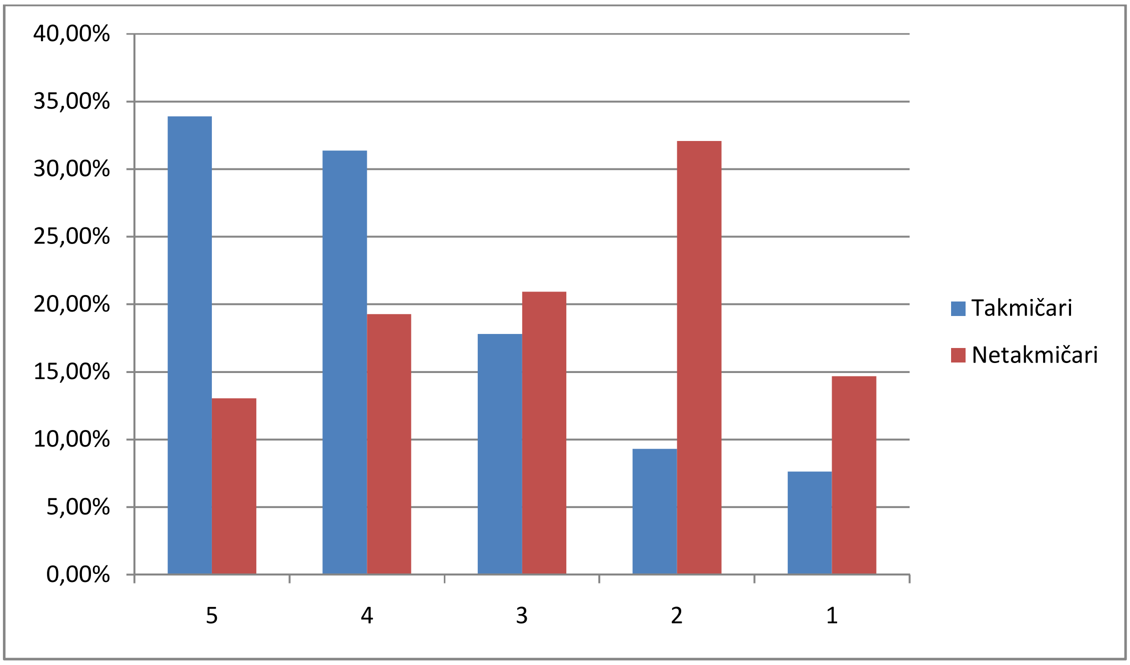
- **Veza matematike sa prirodnim naukama**



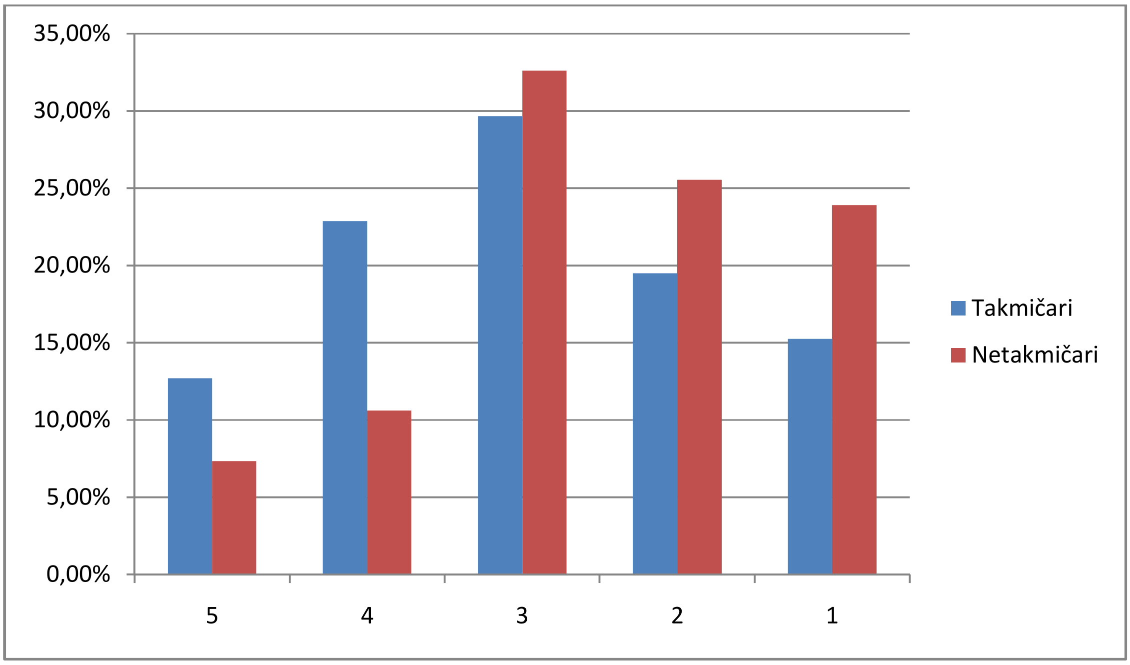
Histogram 5. Histogram iskaza "Druge prirodne nauke (fizika, hemija, biologija, geografija...) koje učim su mi zanimljive."



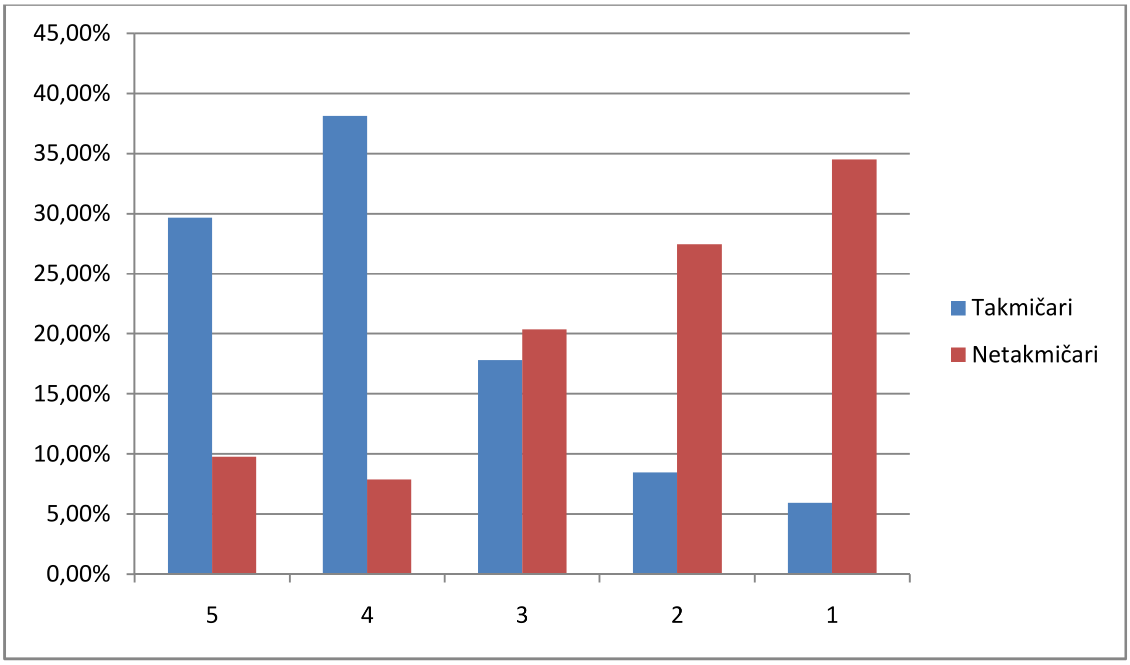
Histogram 6. Histogram iskaza "Učenje drugih prirodnih nauka mi je zanimljivo".



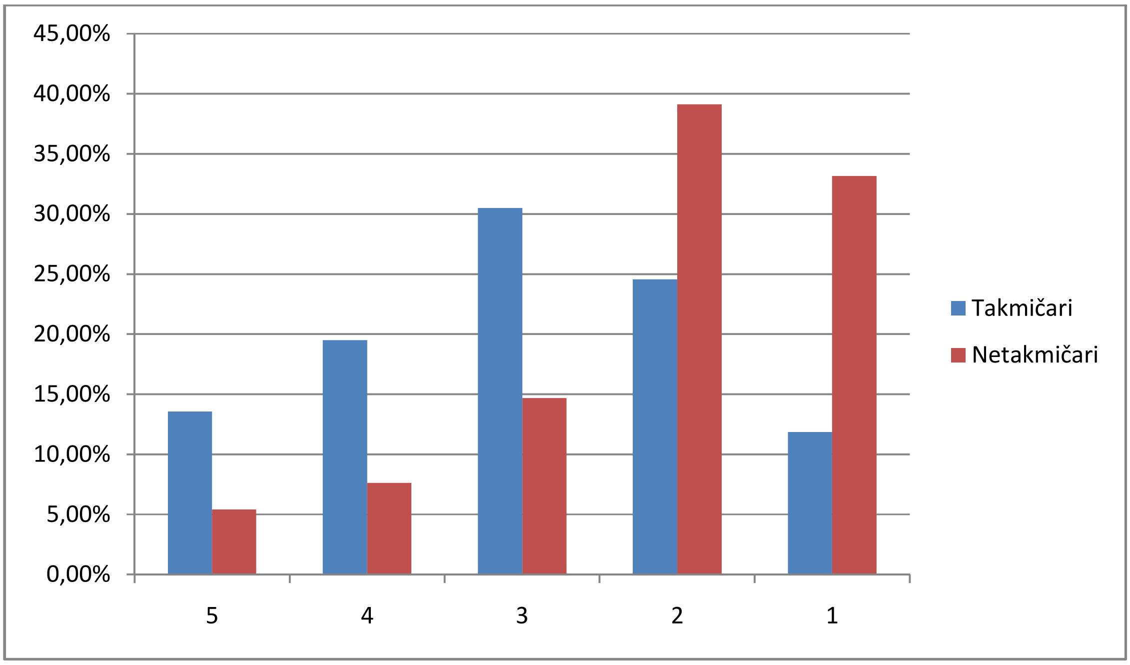
Histogram 7. Histogram iskaza " Znanje iz drugih prirodnih nauka će mi značiti u daljem školovanju i životu".



Histogram 8. Histogram iskaza “Išao bih i učestvovao na takmičenju iz fizike, hemije, biologije ili geografije“.



Histogram 9. Histogram iskaza “Volim da stičem nova znanja“.



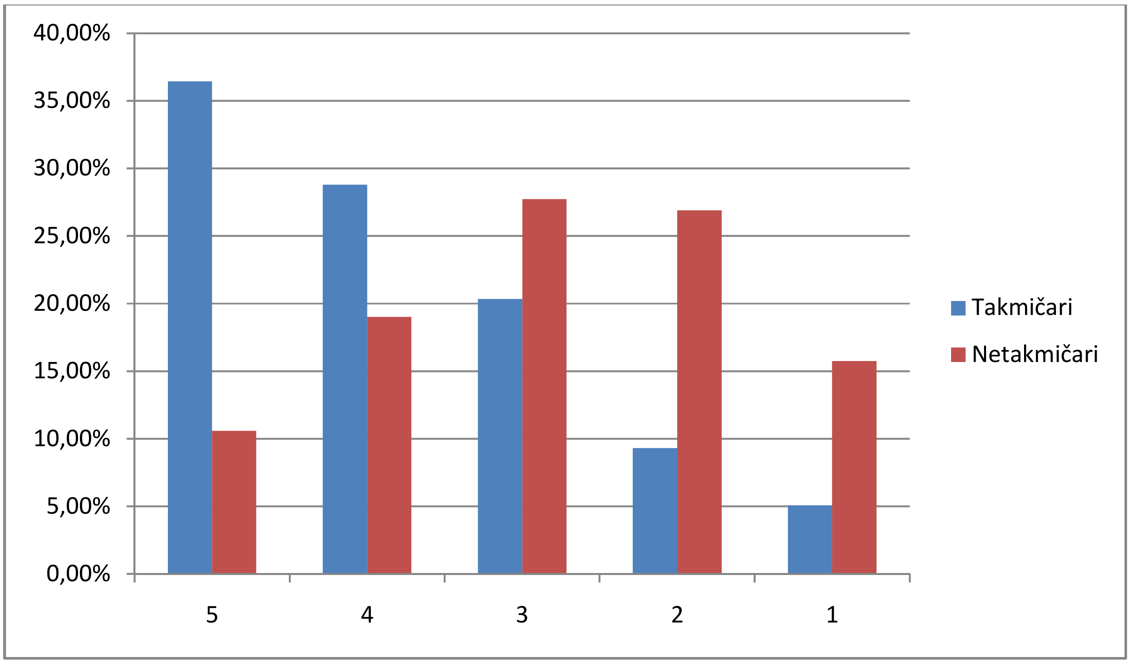
Histogram 10. Histogram iskaza “Bitnije mi je da razumem nego da dobijem 5“.

Iz prethodnih rezultata vidimo da su matematičari zainteresovaniji i za druge prirodne nauke, što ne čudi jer su uglavnom odlični učenici uopšte. Vidi se i da takmičari smatraju da im znanje iz tih predmeta može koristiti u životu i obrazovanju više od ostalih. U suštini su takmičari svesniji vrednosti znanja uopšte i žele da uče i podjednako pažnje usmeravaju i na ocenu i na ono što ona treba da određuje.

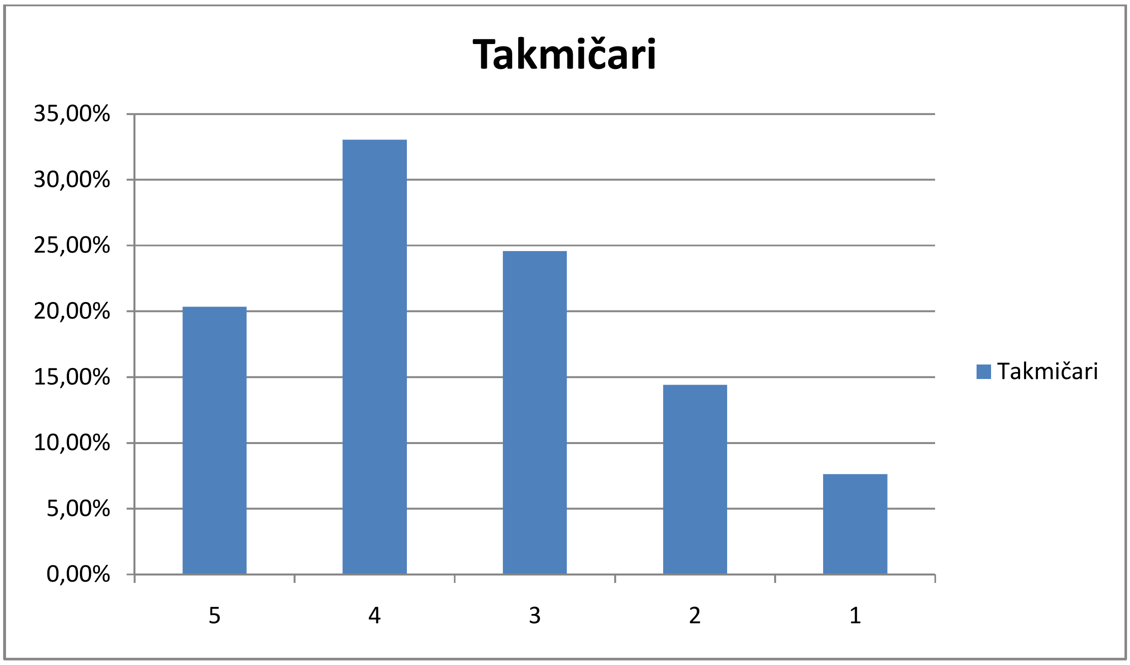
Matematika je, pored svega, alat koji je neophodan za postizanje uspeha i u drugim naukama, pa je izuzetno bitno da učenici uvide primenu u njima, a samim time i značaj.

Rezultati koji nam govore o zainteresovaosti učenika za takmičenje iz prirodnih nauka nam pokazuju da ne postoje velika odstupanja između ove dve grupe, kada se uzme u obzir da određen broj učenika nije globalno zainteresovan za takmičenje.

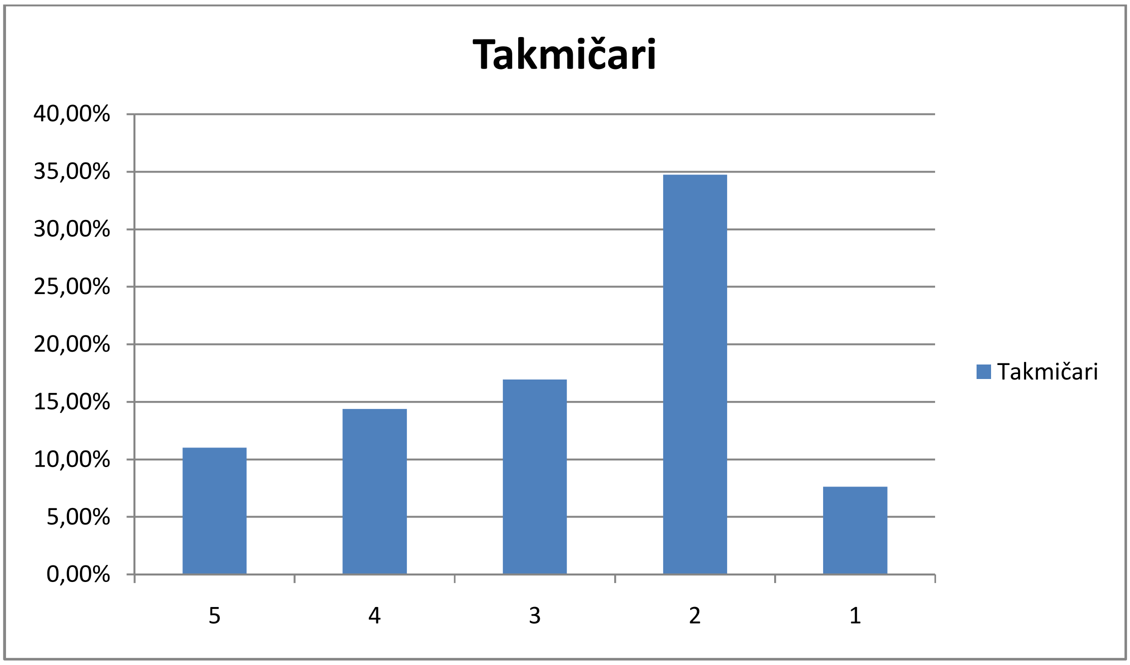
- **Radne navike učenika**



Histogram 10. Histogram iskaza “Provodim dosta vremena učeći“.



Histogram 11. Histogram iskaza “Bilo mi je potrebno puno vremena da se spremim za takmičenje“.

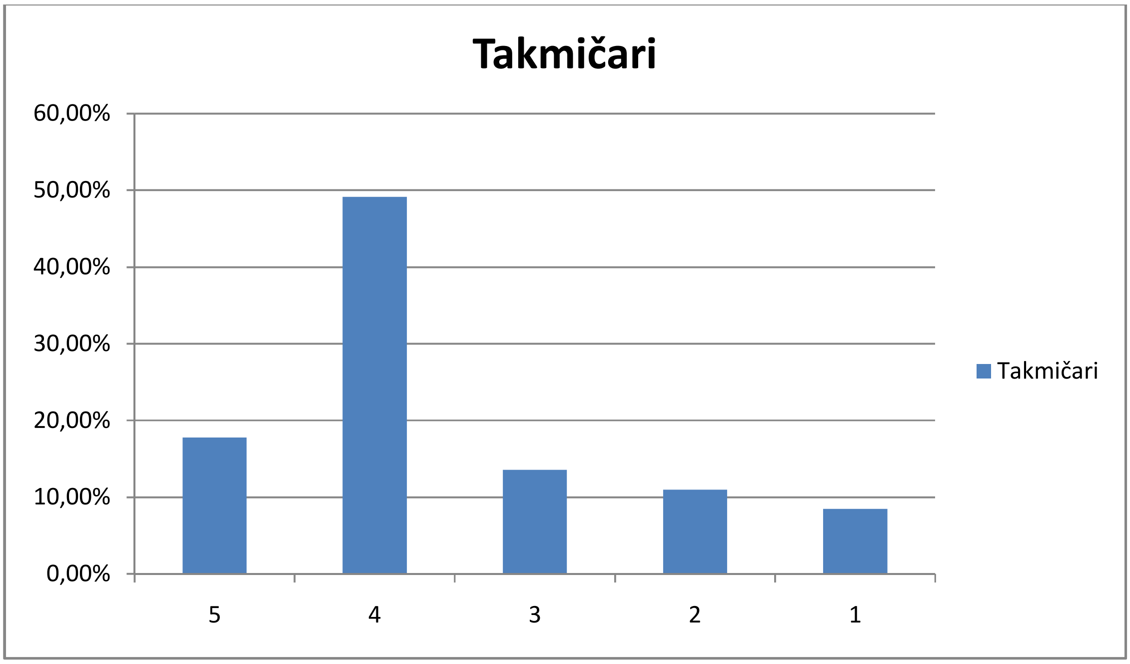


Histogram 12. Histogram iskaza "Zbog dodatnih priprema popustio/-la sam u školi iz drugih predmeta".

Kao što smo već spominjali, kod učenika, posebno uzrasta osnvne škole bitno je razviti radne navike. Kako bi proverili da li takmičenje utiče na to, pitali smo učenike da li provode dosta vremena učeći. Rezultati su prikazani na Histogramu 10. i govore nam da učenici koji učestvuju na takmičenjima provode uglavnom više vremena učeći od ostalih. To je verovatno posledica toga što im je potrebno dosta vremena i rada da se spreme za takmičenje (Histogram 11), a na taj način stiču radne navike koje su od velikog značaja za dalji napredak ma kojom se profesijom bavili. Kao posledicu toga vidimo da učenici koji su se takmičili iz matematike nisu značajno popuštali u školi zbog dodatnih priprema, što znači da su uspeli da svoje vreme dobro organizuju.

Sada ćemo prikazati još samo nekoliko rezultata vezanih sa samo takmičenje, tj. kako ga takmičari doživljavaju.

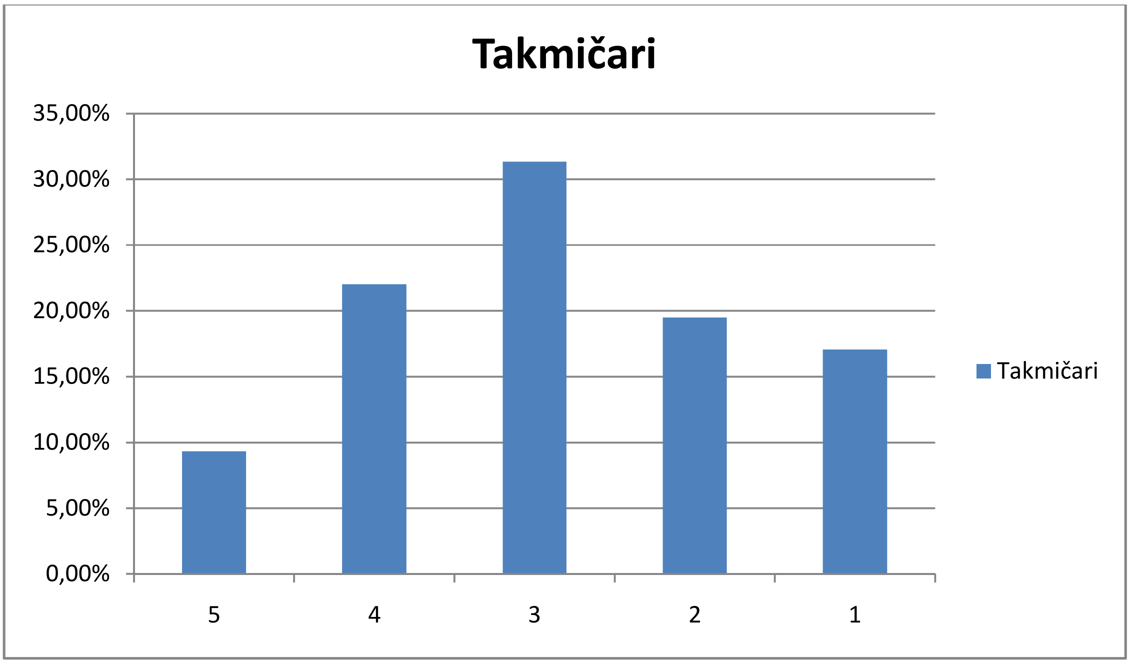
- **Značaj upoznavanja sa drugim učenicima**



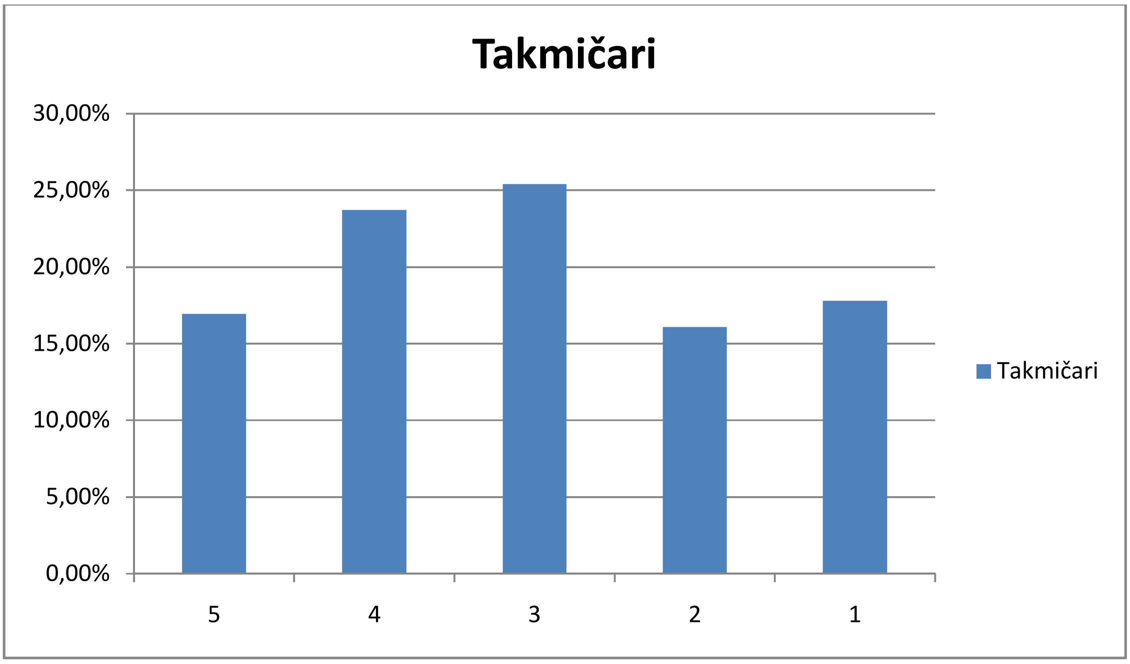
Histogram 13. Histogram iskaza "Upoznao/-la sam druge učenike sličnih interesovanja sa kojima ću u budućnosti sarađivati."

Vidimo da učenicima znači to što na takmičenju imaju priliku da upoznaju druge učenike, što je sigurno i jedan od razloga njihovog učešća. Većina dece tog uzrasta voli da se druži i da stiče nova poznanstva. Međutim, kao što je i pre bilo reči, upoznavanje na takmičenjima je od velike važnosti za nadarenu decu jer na takvim mestima mogu da upoznaju druge učenike sličnnih kako interesovanja, tako i sposobnosti.

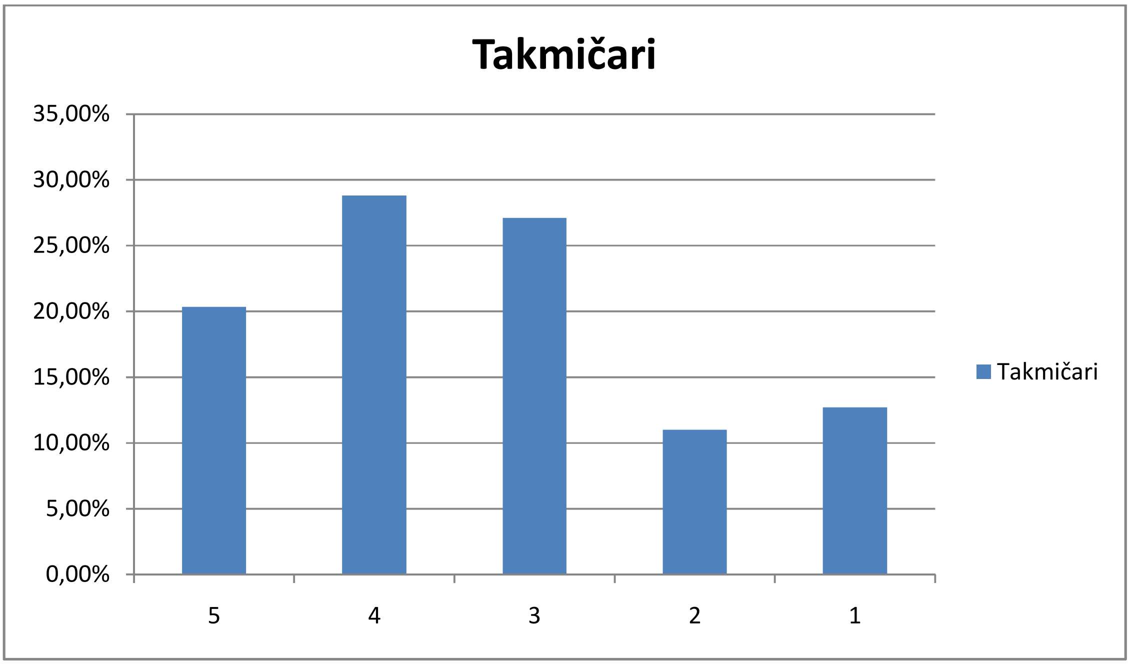
- **Gradivo na takmičenju**



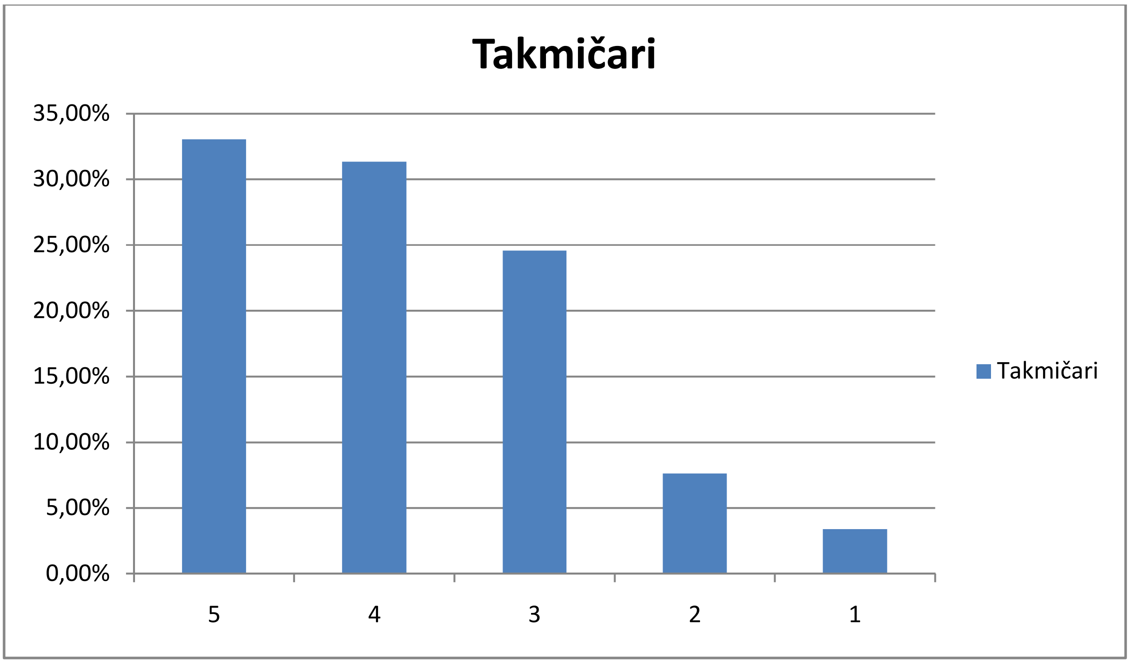
Histogram 14. Histogram iskaza “Gradivo koje sam vežbao/-la za takmičenje bilo mi je poznato iz ranijeg školskog gradiva.“



Histogram 15. Histogram iskaza “Sa gradivom koje sam vežbao/-la za takmičenjesusreo/-la sam se kasnije, tj. u daljem školskom programu.“



Histogram 16. Histogram iskaza "Gradivo koje sam vežbao za takmičenje pomoglo mi je u daljem učenju matematike".

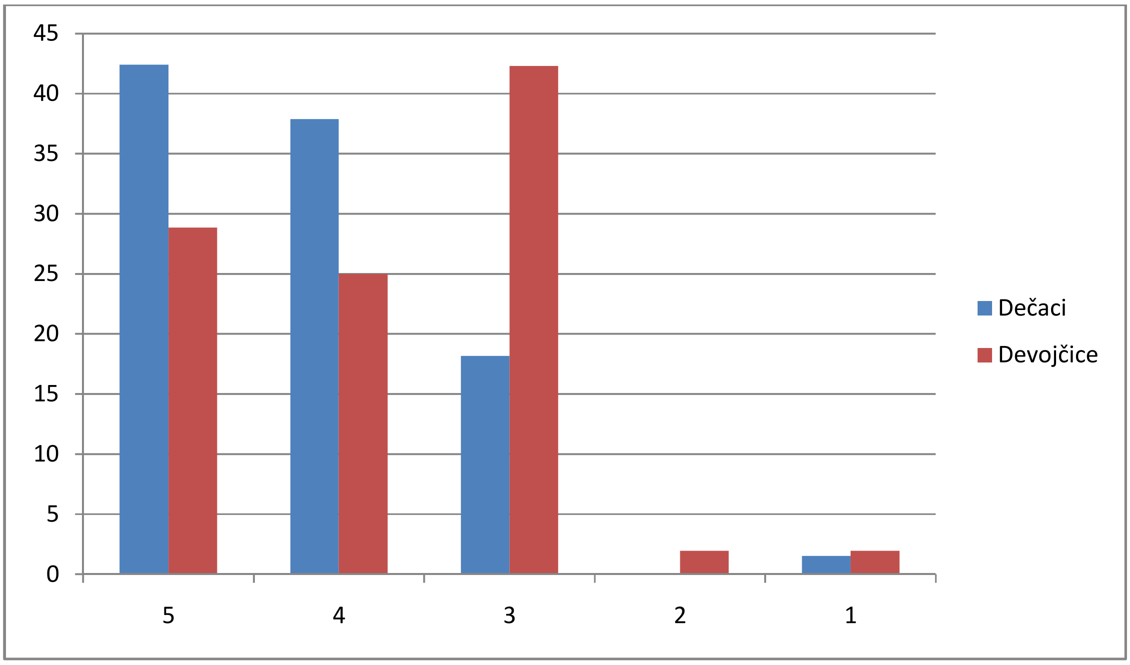


Histogram 17. Histogram iskaza "Gradivo koje sam vežbao za takmičenje će mi pomoći u polaganju završnog ispita iz matematike".

Na osnovu prethodna četiri histograma vidimo da je gradivo na takmičenju ipak nešto naprednije u odnosu na gradivo koje se radi uobičajeno na nastavi, što se konkretno vidi po rezultatima predstavljenim na Histogramima 14. i 15. To olakšava učenicima praćenje nastave, dalje učenje matematike, kao i polaganje završnog ispita. Bogatiji i obimniji program koji učenici savladavaju pripremajući se za matematička takmičenja obezbeđuje im dobru osnovu za dalje izučavanje matematike uopšte i prednosti naspram učenika koji prate nastavu po redovnom planu i programu. Stiču i napredna znanja sa kojima su bolje pripremljeni kako za završni ispit tako i za određene srednje škole, posebno ako je u pitanju srednja škola za koju se polaže prijemni ispit iz matematike. Neretko im znanje stečeno u osnovnom obrazovanju biva od velikog značaja i na višem stepenu školovanja.

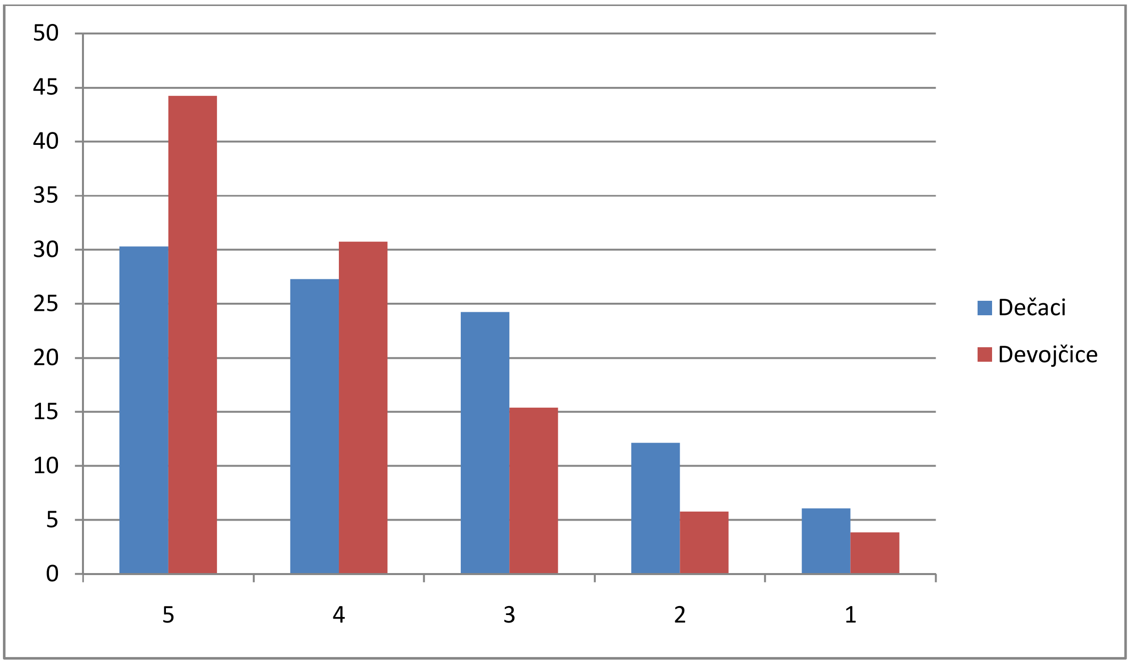
- **Razlike između učenika muškog i ženskog pola**

U našoj anketi smo takođe sakupili podatke o polu takmičara. Analiziraćemo u nastavku nekoliko pitanja u svrhu provere da li postoji određenih razlika u pristupima između dečaka i devojčica. Od ukupno 118 takmičara bilo je 66 dečaka i 52 devojčice. Na histogramima crvenom bojom predstavljeni su procenti odgovora devojčica, a plavom dečaka.



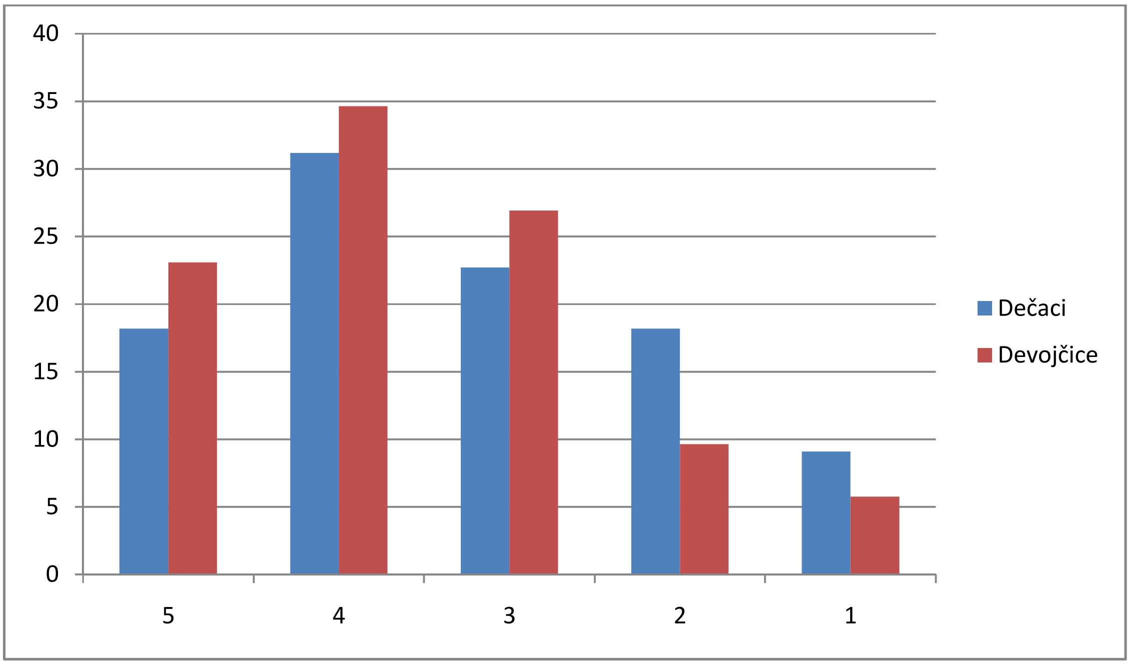
Histogram 18. Histogram iskaza „Znanje iz matematike sam nekada iskoristio/-la u realnom primeru ili životu".

Iz prethodnog histograma možemo zaključiti da dečaci relativno češće primenjuju stečeno znanje, što i ne čudi jer su mnoga istraživanja pokazala da dečai u Republici Srbiji poseduju bolju snalažljivost kada je u pitanju primena naučenog. S druge strane, ovakvi rezultati mogu, između ostalog, govoriti i da su dečaci svesniji da primenjuju svoje znanje uopšte u određenim situacijama.

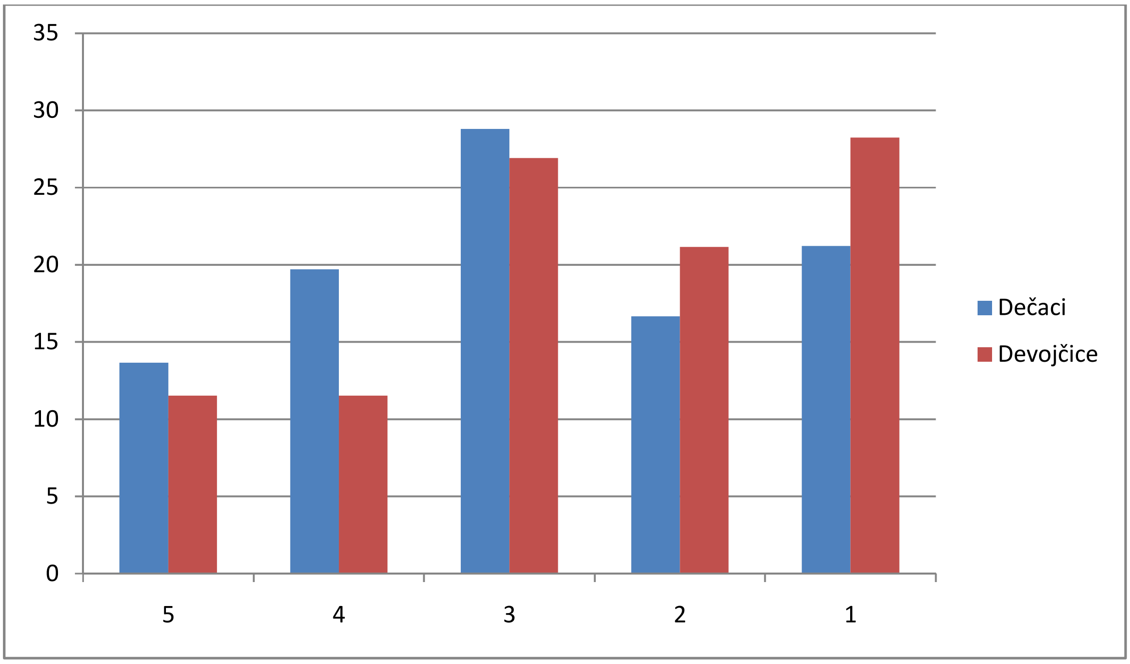


Histogram 19. Histogram iskaza „Provodim dosta vremena učeći“.

Kada uzmemo u obzir vreme koje se provodi učeći, i ako to posmatramo kao posvećenost i odgovornost prema obavezama, devojčice pokazuju bolje rezultate. Vidimo da više vremena provode učeći i da su se za nijansu više spremale za takmičenja, što ne mora nužno da znači da im je više i potrebno,već samo da odgovornije gledaju na svoje obaveze. Razni rezultati inače pokazuju da su devojčice u uzrastu osnovne škole zrelije i posvećenije svojim zadacima.



Histogram 20. Histogram iskaza „Bilo mi je potrebno puno vremena da se spremim za takmičenje“.



Histogram 21. Histogram iskaza „Zadovoljan/-na sam svojim rezultatima na takmičenju“.

Za razliku od prethodnog histograma, možemo uočiti da su dečaci nešto zadovoljniji postignutim rezultatima na takmičenju. To pored veće uspešnosti dečaka može ukazivati i na više postavljene ciljeve i očekivanja samih devojčica. Međutim, nepobitna činjenica jeste da na višim nivoima takmičenjima učešće uzima znatno veći broj dečaka od devojčica. Čak se, iz navedenih razloga, od 2012. godine održava i posebna međunarodna olimpijada samo za devojčice.

Zaključak

Kroz ovaj master rad pokušali smo predstaviti, objasniti i obrazložiti makar deo argumenata koji bi adekvatno odgovorili na pitanje koje je ustvari i naslov ovog master rada. Uloga i značaj matematičkih takmičenja u osnovnoj školi su preveliki da bi se apsolutno mogli dočarati sa jednim radom. Kroz analizu i anketu pokazano je da deci matematička takmičenja kao i matematika uopšte višestruko znače generalno u nauci (i ostalim naučnim disciplinama pored matematike), logičnom razmišljanju i zaključivanju, rešavanju različitih zadataka problemskog tipa, tj.generalno problema, a i uopšte u životu. Sa matematičkim razmišljanjem lakše se dolazi do ideja i metoda za rešenje problema. Neophodno je da deca shvate kakav je značaj matematike i koliko matematika ima široku primenu, ne samo u prirodnim već i društvenim naukama. Istina je da se matematika može razvijati sama za sebe, dok tek posle možemo dobiti njenu primenu, međutim, ne može se osporiti da je neophodna kao alat u bilo kojoj nauci ili istraživanju.

Upravo za razvoj ličnosti i uspeh čoveka potrebno je, prvo u periodu detinjstva, a potom i puberteta i adolescencije raditi na razvoju navedenih sposobnosti kako bi u budućnosti osoba iskoristila svoje kapacitete i mogućnosti. Matematika, savladavanje kako redovnog tako i dodatnog matematičkog programa i gradiva, je jedan veliki korak nemerljivog značaja koji nam u tome pomaže.

Takmičenje je samo jedan od instrumenata koji može decu više da privuče da vole matematiku i da je izučavaju, jer u tom uzrastu vole da se nadmeću. Posebno su nadarena deca motivisana da se takmiče, jer za njih to predstavlja izazov da odmere svoje znanje sa učenicima i van svog odeljenja i to u gradivu koje prevazilazi standardni školski program. Na taj način mogu da steknu, kako oni tako i okruženje koje treba da ih usmeri (jer su ipak još samo deca), realniju sliku o svom znanju i sposobnnostima. Neophodno je na vreme kod dece uvideti njihove talente i sposobnosti kako bi na dalje imali priliku da ih neguju.

Zaista glavni cilj raznih takmičenja jeste prepoznavanje talenta i sticanje preciznije slike o detetu. Naravno kasnije rezultati u mnogome zavise od samih nastavnika, koji nisu dovoljno motivisani da se bave nadarenim učenicma, što je u stvari problem školskog sistema, a što nije bila tema ovog rada.

Naposletku, značaj takmičenja iz matematike je višestruk, što zbog same dece, to i zbog kvaliteta našeg društva u budućnosti.

Literatura

1. M.Vujošević, M.Ojdanić i M.Lalić, „NAŠA ŠKOLA Matematika i nadareni/e učenici/e“, Zavod za školstvo, Podgorica 2007.

2. Z. Kurnik „Posebne metode rješavanja matematičkih problema“, Element, Zagreb 2010.

3. Ellen Winner „Gifted children: Myths and realities“, prevod K. Opačak, Ostvarenje d.o.o., Zagreb, 2005.

4. M. Stančić, „Međunarodno takmičenje „Kengur bez granica“ - jedan opit“, Arhitektonska tehnička škola, Beograd.

5. Š.Arslanagić, „Aspekti nastave matematike za nadarene učenike srednjoškolskog uzrasta”, UdruženjematematičaraBosneiHercegovine, Sarajevo, 2001.

6. N. Trnavac, J. Đorđević, „Pedagogija“, Naučna knjiga nova – Infohome, Beograd 2002.

7. V. Poljak, „Nastavni sistemi“, Pedagoško-književni zbor, Zagreb 1977.

8. H. Freudenthal,„Major Problems of Mathematics Education”, Proceedings ofthe Fourth International Congress on Mathematical Education, Birkhauser 1983.

9. http://www.dms.rs

10. http://www.dms-valjevo.org/takmicenja/kengur-2014/

11. http://www.mislisa.rs/m-takmicenja/m-mislisa

12. http://www.mpn.gov.rs

13. http://www.srb.imomath.com

14. http://www.jbmo.ssmr.ro

15. http://www.wolframalpha.com

Biografija

Rođena sam 06.01.1981. godine u Vrbasu. Osnovnu školu završila sam u Bačkom Dobrom Polju, a zatim upisujem prirodno-matematički smer gimnazije "Žarko Zrenjanin" u Vrbasu. 2006. godine upisala sam Prirodno-matematički fakultet u Novom Sadu, departman za matematiku i informatiku, smer profesor matematike i diplomirala u septembru 2012. Potom 2014. godine upisujem master akademske studije na matičnom fakultetu, smer master profesor matematike. Položila sam sve ispite predviđene nastavnim planom i programom na master studijama i time stekla uslov za odbranu master rada. Od 1. marta 2010. godine radim u Osnovnoj školi "Vuk Karadžić" u Bačkom Dobrom Polju.

Udata sam i ima dve ćerke.

Novi Sad, oktobar 2016. *Tijana Vlahović*

UNIVERZITET U NOVOM SADU
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET
KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA

Redni broj:
RBR

Identifikacioni broj:
IBR

Tip dokumentacije: Monografska dokumentacija
TD

Tip zapisa: Tekstualni štampani materijal
TZ

Vrsta rada: Master rad
VR

Autor: Tijana Vlahović
AU

Mentor: dr Rozalija Madaras Silađi
MN

Naslov rada: Uloga i značaj matematičkih takmičenja u osnovnoj školi
NR

Jezik publikacije: srpski (latinica)
JP

Jezik izvoda: srpski/engleski
JI

Zemlja publikovanja: Republika Srbija
ZP

Uže geografsko područje: Vojvodina
UGP

Godina: 2016.
GO

Izdavač: Autorski reprint
IZ

Mesto i adresa: Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet, Departman za matematiku i informatiku, Trg Dositeja Obradovića 4
MA

Fizički opis rada: 4 /61/ 1/7/ 0/24 /1
(broj poglavlja/strana/literarnih citata/tabela/slika/grafika/priloga)
FO

Naučna oblast: Matematika
NO

Naučna disciplina: Metodika nastave matematike
ND

Predmetna odrednica/Ključne reči: matematika, nastava matematike, nadareni učenici, matematička takmičenja, Društvo matematičara Srbije, Matematičko društvo "Arhimedes", školska takmičenja, Kengur, Misliša.
PO

UDK:

Čuva se: u biblioteci Departmana za matematiku i informatiku, Novi Sad
ČU

Važna napomena:
VN

Izvod: U ovom radu obrađena je tema uloge i značaja matematičkih takmičenja u osnovnoj školi. Na početku definisan je pojam nadarenog učenika, potom vrste rada sa takvim učenicima među kojima su sekcije, individualni časovi, matematičke radionice, dodatna sekcija i matematička takmičenja. U daljem radu opisane su vrste matematičkih takmičenja u R. Srbiji, a takođe su navedeni i primeri zadataka iz istih. U poslednjem delu urađena je i anketa sa osnovno školskim učenicima i izvučeni su određeni zaključci na temu ovog rada.
IZ

Datum prihvatanja teme od strane NN Veća: 30.08.2016.
DP

Datum odbrane:
DO

Članovi komisije:
KO
Predsednik: dr Siniša Crvenković, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Mentor: dr Rozalija Madaras Silađi, redovni profesor Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

Član: dr Petar Đapić, docent Prirodno-matematičkog fakulteta u Novom Sadu

UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF NATURAL SCIENCES AND MATHEMATICS
KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number:
ANO

Identification number:
INO

Document type: Monographic type
DT

Type of record: Text printed material
TR

Contents code: Master thesis
CC

Author: Tijana Vlahović
AU

Mentor: Rozalija Madaras Silađi, Ph.D.
MN

Title: Role and importance of mathemtical competitions in elementary school
TI

Language of text: Serbian (Latin)
LT

Language of abstract: Serbian/English
LA

Country of publication: Republic of Serbia
CP

Locality of publication: Vojvodina
LP

Publication year: 2016.
PY

Publisher: Author’s reprint
PU

Publ.place: University of Novi Sad, Faculty of Science, Department for mathematics and informatics, Trg Dositeja Obradovi´ca 4
PP

Physical description: 4 / 61/ 1 / 7 / 0 / 24 / 1
(chapters/ pages/ literature/ tables/ pictures/ graphs/ additional lists)
PD

Scientific field: Mathematics
SF

Scientific discipline: Metodology of mathematics
SD

Subject / Key words: mathematics, teaching of mathematics, gifted pupils,mathematical competitions, Serbian Mathematical Society, Mathematical Association “Archimedes”, school competitions, Kangaroo, Mislisa.
SKW

UC:

Holding data: The Library of the Department of Mathematics and Informatics,
Novi Sad
HD

Note:
N

Abstract: This paper deals with the role and importance of mathematical competitions in elementary school. At the beginning we defined the concept of gifted pupils, followed by the kind of work with such pupils including sections, individual lessons, mathematics workshops, additional sections and mathematical competitions. Further study describes the types of mathematical competitions in the Republic of Serbia, and also we mention the examples of the tasks from those competitions. In the last part was done a survey with primary school pupils and drawn certain conclusions on the subject of this paper.
AB

Accepted by Scientific Board on:
ASB

Defended:
DE

Thesis defend board:
DB
President: dr Siniša Crvenković, full professor, Faculty of Science, University of Novi Sad

Mentor: dr Rozalija Madaras Silađi, full professor, Faculty of Science, University of Novi Sad

Member: dr Petar Đapić, teaching assistant, Faculty of Science, University of Novi Sad