36. Primene Dirihleovog principa u geometriji

1. ^{D}Dato je sedam duži, dužine veće od 10 i manje od 100. Dokazati da među njima postoje tri od kojih se može sastaviti trougao.
2. ^{D}Dokazati da u svakom konveksnom $2n$-uglu postoji dijagonala koja nije paralelna nijednoj njegovoj stranici.
3. Unutar jednakostraničnog trougla stranice 1 dato je 5 tačaka. Dokažite da su dve na rastojanju manjem od $0,5$.
4. ^{D}Unutar kruga poluprečnika 1 dato je 7 tačaka. Dokazati da među njima postoje dve na rastojanju manjem od 1.
5. U trouglu jedinične površine dato je 7 tačaka među kojima ne postoje tri kolinearne. Dokazati da su neke tri od datih tačaka temena trougla čija površina nije veća od $\frac{1}{4}$.
6. U kvadratu stranice 1 izabrana je 51 tačka. Dokazati da se tri od njih mogu prekriti krugom poluprečnika $\frac{1}{7}$.
7. U kvadrat stranice 1 ucrtano je 101 tačaka među kojima ne postoje tri kolinearne. Dokazati da postoji trougao s temenima u tim tačkama, površine ne veće od 0,01.
8. ^{D}U ravni je data tačka O. Mogu li se naći 4 kružnice koje je ne sadrže, tako da svaka poluprava sa početkom O ima zajedničke tačke sa bar dve kružnice?
9. U pravougaoniku 3×4 raspoređeno je 6 tačaka. Dokažite da se mogu naći dve na rastojanju najviše $\sqrt{5}$.
10. Koliko se najviše (a) kraljeva (b) skakača može postaviti na šahovsku tablu tako da ne postoje dva koja se napadaju?
11. ^{D}Koliki je najmanji broj kraljeva koji mogu da tuku sva polja šahovske table?
12. Koliko je najmanje gađanja potrebno u igri "potapanja podmornica" da bi se sigurno pogodila najduža podmornica?
13. ^{D}Svaka od devet pravih deli kvadrat na dva četvorougla čije su površine u odnosu $2:3$. Dokazati da bar tri od tih devet pravih prolaze kroz jednu tačku.
14. ^{D}Šahovska tabla 6×6 pokrivena je dominama 2×1. Dokažite da se ona može horizontalnom ili vertikalnom linijom preseći na dva dela, tako da se ne preseče nijedna domina.
15. ^{D}Unutar konveksnog $2n$-ugla $A_1A_2\dots A_{2n}$ izabrana je tačka P. Dokazati da postoji njegova stranica (A_iA_{i+1}) koja nema zajedničkih unutrašnjih tačaka ni sa jednom od pravih $p(A_k, P)$ za $k = 1, 2, \dots, 2n$.
16. Na šahovskoj tabli 8×8 označeni su centri svih polja. Može li se tabla razbiti sa 13 pravih na delove tako da unutar svakog leži najviše jedna označena tačka?
17. U pravougaonik 20×25 smešteno je 120 kvadrata stranice 1. Dokažite da u njega možemo smestiti i krug prečnika 1 koji ne seče nijedan od kvadrata.
18. ^{D}U kocki ivice 13 izabrano je 1998 tačaka. Može li se unutar nje naći kocka ivice 1 koje ne sadrži nijednu od njih?
19. Unutar kruga popluprečnika 16 smešteno je 650 tačaka. Dokazati da postoji kružni prsten (oblast ograničena dvema koncentričnim kružnicama) unutrašnjeg poluprečnika 2 a spoljašnjeg 3, unutar kojeg se nalazi bar 10 tih tačaka.
20. Figuru koju čine dve dijagonale kvadrata stranice 1 nazovimo "krst". Dokazati da se unutar kruga poluprečnika 100 može smestiti samo konačno mnogo krstova.
21. Unutar kružnice poluprečnika n raspoređeno je $4n$ duži dužine 1. Dokažite da postoji prava, paralelna datoj pravoj l ili normalna na nju, koja seče bar dve od tih duži.
22. Unutar kvadrata stranice 1 dato je nekoliko kružnica, čiji je zbir obima 10. Dokazati da postoji prava koja seče bar četiri od tih kružnica.
23. ^{D}U kvadratu $ABCD$ stranice 1 nalazi se nekoliko kružnica (ne obavezno disjunktnih) čiji je zbir poluprečnika 0,6. Dokazati da postoji prava paralelna sa AB koja ima zajedničke tačke sa bar dve od tih kružnica.
24. Na duži dužine 10 obojeno je konačno mnogo duži, tako da ne postoje dve obojene tačke na rastojanju tačno 1. Dokazati da zbir dužina obojenih duži nije veći od 5.