

# М109, М509: АЛГЕБРА 1

1. АПРИЛ 2024.

- [13] 1. Нека је скуп  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  и операција на скупу  $A$  дефинисна са

$$x * y = \begin{cases} x, & \text{ако важи } x \equiv 0 \pmod{6} \text{ или } x \equiv 3 \pmod{6} \\ y, & \text{иначе.} \end{cases}$$

(а) Испитати да ли је групоид  $(A, *)$  комутативан, асоцијативан и идемпотентан.

(б) Да ли постоји мономорфизам из  $\mathbb{Z}_2$  у групоид  $(A, *)$ ?

- [13] 2. Нека је  $G$  група са тачно једним елементом реда  $n$ , који је означен са  $g$  и важи  $n > 1$ . Доказати:

(а)  $n = 2$ ,

(б)  $g \in Z(G)$ .

- [12] 3. Нека су  $\alpha, \beta, \gamma$  и  $\delta$  нуле полинома  $p(x) = x^4 + 3x^3 + 11x^2 + 9x + a$  за који важи  $\alpha\beta = \gamma\delta$ . Одредити параметар  $a$ .

- [12] 4. (а) Испитати да ли постоји реална матрица  $A$  формата  $5 \times 5$  чији је минимални полином  $m_A(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda^2 + 2\lambda + 2)$  и која има тачно три нетривијалне инваријанте сличности.  
(б) Испитати да ли постоји реална матрица  $B$  формата  $6 \times 6$  чији је минимални полином  $m_B(\lambda) = (\lambda - 2)(\lambda^2 + 2\lambda + 2)$  и чији је траг једнак 4.

РАД ТРАЈЕ 180 МИНУТА.

ВРЕДНОСТ ЗАДАТАКА ЈЕ НАЗНАЧЕНА НА ЛЕВОЈ МАРГИНИ.

УСМЕНИ ИСПИТ: УТОРАК, 9. АПРИЛ од 11 ч. у докторској читаоници.