

## Писмени испит из Алгебре 1

22. јануар 2020.

1. Нека је  $(G, \cdot)$  група и  $f : G \rightarrow G$  пресликавање дефинисано са  $f(a) = a^2$ .
  - a) Доказати да је  $G$  Абелова група ако и само ако је  $f$  хомоморфизам.
  - b) Ако је  $G = S_n$ , за које  $n \in \mathbb{N}$  је пресликавање  $f$  ендоморфизам?
  - c) Ако је  $G = \mathbb{Z}_n$ , за које  $n \in \mathbb{N}$  је пресликавање  $f$  аутоморфизам?
2. Нека је у прстену  $(\mathbb{Z}[x], +, \cdot)$  дат скуп  $I$  свих полинома чији су коефицијенти парни цели бројеви.
  - a) Доказати да је  $(I, +, \cdot)$  идеал прстена  $(\mathbb{Z}[x], +, \cdot)$ .
  - b) Одредити бар три различита елемента фактор прстена  $\mathbb{Z}[x]/I$ .
3. Нека је дат векторски простор свих непрекидних реалних функција  $\mathcal{C}(\mathbb{R})$ .
  - a) Испитати линеарну независност вектора  $f(x) = x$ ,  $g(x) = e^{2x}$  и  $h(x) = x^2$ .
  - b) Да ли је векторски простор  $\mathcal{C}(\mathbb{R})$  коначно генерисан?
4. Дата је реална матрица

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}.$$

- a) Одредити инваријанте сличности матрице  $A$ .
- b) Одредити прву, другу и рационалну каноничку форму сличности матрице  $A$ .