

Писмени испит из Алгебре 1

28. август 2020.

1. Одредити последње две цифре броја 1020304^{504} .
2. Нека је $G = \{0, 1, 2, \dots, 2020\}$ и операција \star на G дефинисана са

$$g \star h = \begin{cases} g + h, & \text{за } g + h \leq 2020; \\ 2020, & \text{за } g + h > 2020, \end{cases}$$

где су $g, h \in G$.

- а) Доказати да је (G, \star) комутативна полугрупа.
 - б) Одредити све потполугрупе полугрупе (G, \star) реда 2 и реда 2020.
 - в) Да ли (G, \star) има јединицу? Да ли има нулу? Да ли је група?
3. Дата је Абелова група G и њени подскупови $K = \{k \in G : k^2 = e\}$ и $H = \{h^2 : h \in G\}$, где је e јединични елемент групе G .
 - а) Доказати да $K \triangleleft G$ и $H \leq G$.
 - б) Доказати $G/K \cong H$.
 4. Одредити једну реалну матрицу A чији је минимални полином $m_A(\lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 - \lambda + 2$, $\text{trag}(A) = 3$ и такву да има тачно пет нетривијалних инваријанти сличности.