

M116, M516: АЛГЕБРА 2
M3-20, M4-18: ТЕОРИЈА ГРУПА
M571: АЛГЕБРА 3
31. август 2022.

1. Дата је група \mathbb{S}_{10} и њен елемент $\alpha = (1\ 2\ 3)(2\ 3\ 4\ 5)(1\ 3\ 6\ 9)(7\ 8\ 9\ 10)$.
 - a) Одредити ред и парност пермутације α .
 - b) Одредити $\langle \alpha \rangle \mathbb{A}_{10}$ и $C(\langle \alpha \rangle)$.
 - c) Испитати да ли \mathbb{S}_{10} има подгрупу индекса 264.
2. Нека су H и K подгрупе групе G истог реда такве да им је ред узајамно прост са индексом. Доказати да тада важи:
 - a) $HN_K(H)$ је подгрупа групе G и $H \trianglelefteq HN_K(H)$;
 - b) $N_K(H) = K \cap H$.
3. Дата је група G реда 6545.
 - a) Ако је H нормална подгрупа групе G реда $17 \cdot k$, где $k \in \mathbb{N}$, доказати да свака 17-подгрупа Силова групе G мора бити садржана у H .
 - b) Доказати да G има нормалну 5-подгрупу Силова или нормалну 17-подгрупу Силова.

M116, M516: АЛГЕБРА 2
M3-20, M4-18: ТЕОРИЈА ГРУПА
M571: АЛГЕБРА 3
31. август 2022.

1. Дата је група \mathbb{S}_{10} и њен елемент $\alpha = (1\ 2\ 3)(2\ 3\ 4\ 5)(1\ 3\ 6\ 9)(7\ 8\ 9\ 10)$.
 - a) Одредити ред и парност пермутације α .
 - b) Одредити $\langle \alpha \rangle \mathbb{A}_{10}$ и $C(\langle \alpha \rangle)$.
 - c) Испитати да ли \mathbb{S}_{10} има подгрупу индекса 264.
2. Нека су H и K подгрупе групе G истог реда такве да им је ред узајамно прост са индексом. Доказати да тада важи:
 - a) $HN_K(H)$ је подгрупа групе G и $H \trianglelefteq HN_K(H)$;
 - b) $N_K(H) = K \cap H$.
3. Дата је група G реда 6545.
 - a) Ако је H нормална подгрупа групе G реда $17 \cdot k$, где $k \in \mathbb{N}$, доказати да свака 17-подгрупа Силова групе G мора бити садржана у H .
 - b) Доказати да G има нормалну 5-подгрупу Силова или нормалну 17-подгрупу Силова.