

## 22.M147: TEORIJA AUTOMATA

9. SEPTEMBAR 2026.

1. Neka je  $n \geq 2$  prirodan broj, i neka su  $A_n$  i  $B_n$  redom jezici nad azbukom  $\Sigma_n = \{a_1, \dots, a_n\}$  predstavljeni regularnim izrazima

$$(a_1 + \dots + a_n)^* a_1 (a_1 + a_2)^* a_2 \dots a_{n-1} (a_{n-1} + a_n)^* a_n (a_1 + \dots + a_n)^*$$

odnosno

$$(a_1 + \dots + a_n)^* (a_1 a_2 + \dots + a_{n-1} a_n)^+ (a_1 + \dots + a_n)^*,$$

gde za regularni izraz  $\alpha$ ,  $\alpha^+$  jeste skraćeni apis za  $\alpha\alpha^*$ , i izraz koji je pod dejstvom  $^+$  u prethodnom redu se sastoji od dvostrukih proizvoda slova sa uzastopnim indeksima.

Kakav je odnos jezika  $A_n$  i  $B_n$  u smislu inkluzije/jednakosti? Dokazati odgovor. (Uzeti u obzir da odgovor možda zavisi od vrednosti  $n$ , a možda i ne.)

2. Za proizvoljan prirodan broj  $n \geq 1$ , neka  $L_n \subseteq \{0, 1\}^*$  označava jezik koji se sastoji od svih reči  $w$  sa sledeće dve osobine:

(i)  $|w| \geq n$ ,

(ii)  $n$ -ti simbol zdesna u  $w$  je 1.

(a) Konstruisati, za svako  $n$ , regularni izraz koji predstavlja jezik  $L_n$ .

(b) Konstruisati, za svako  $n$ , NKA  $\mathcal{A}_n$  sa  $n + 1$  stanja čiji je jezik baš  $L_n$ .

3. Konstruisati minimalni automat za jezik predstavljen regularnim izrazom  $a^*b^* + b^*a^*$ .

4. Neka je  $(k_n)_{n \geq 0}$  neopadajući niz prirodnih brojeva koji nije ograničen. Dokazati da jezik

$$L = \{a^{n \cdot k_n} : n \geq 0\}$$

nije regularan.

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **10** POENA.

UPISIVANJE OCENA: **PONEDELJAK, 21. SEPTEMBAR 2026. U 10:30** (uč. 60).