

Parcijalni izvod i uzajmna elastičnost

Aleksandar Pavlović

PREDAVANJA IZ POSLOVNE MATEMATIKE

May 27, 2012

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R},$$

Vrednost funkcije je

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R},$$

Vrednost funkcije je

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Neka je $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa

$$f(x, y, z) = 3x + 4yz,$$

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R},$$

Vrednost funkcije je

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Neka je $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definisana sa

$$f(x, y, z) = 3x + 4yz,$$

onda je

$$f(1, 2, 3) = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 = 3 + 18 = 21.$$

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Svakoj promenljivoj x_i pridruzićemo novu funkciju više realnih promenljivih koja će opisivati priraštaj samo jedne promenljive x_i .

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Svakoj promenljivoj x_i pridružićemo novu funkciju više realnih promenljivih koja će opisivati priraštaj samo jedne promenljive x_i .

Tu funkciju nazivamo **parcijalni izvod** po promenljivoj x_i .

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Svakoj promenljivoj x_i pridružićemo novu funkciju više realnih promenljivih koja će opisivati priraštaj samo jedne promenljive x_i .

Tu funkciju nazivamo **parcijalni izvod** po promenljivoj x_i .

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2, \dots, x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\Delta x_1}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_n} = \lim_{\Delta x_n \rightarrow 0} \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\Delta x_n}$$

Posmatramo samo promenljivu čiji parcijalni izvod tražimo koristeći sva pravila kao pri traženju prvog izvoda, dok ostale promenljive tretiramo kao konstante.

Posmatramo samo promenljivu čiji parcijalni izvod tražimo koristeći sva pravila kao pri traženju prvog izvoda, dok ostale promenljive tretiramo kao konstante.

Parcijalnih izvoda ima uvek onoliko koliko ima i promenljivih.

Posmatramo samo promenljivu čiji parcijalni izvod tražimo koristeći sva pravila kao pri traženju prvog izvoda, dok ostale promenljive tretiramo kao konstante.

Parcijalnih izvoda ima uvek onoliko koliko ima i promenljivih.

Zadatak

Naći parcijalne izvode sledećih funkcija

a) $f(x, y) = 8x^2y^3 + 4x^2 + 3y$

b) $f(x, y) = 5x^y$

c) $f(x, y) = \frac{2x+3y}{x-y}$

Parcijalna elastičnost

je mera promene (u procentima) zavisne promenljive f kada se jedna od nezavisnih promenljivih promeni za 1%.

Parcijalna elastičnost

je mera promene (u procentima) zavisne promenljive f kada se jedna od nezavisnih promenljivih promeni za 1%.

Ako je f zavisna promenljiva, onda je parcijalna elastičnost promenljive f po promenljivoj x_i jednaka

$$\varepsilon_f^{x_i} = \frac{x_i}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

Parcijalnu elastičnost po **dominantnoj** promenljivoj ćemo jednostavno nazivati **elastičnost**.

Parcijalnu elastičnost po **dominantnoj** promenljivoj ćemo jednostavno nazivati **elastičnost**.

Uzajamna elastičnost tražnje dva artikla

(*cross elasticity*) je mera (u procentima) promene tražnje nekog artikla A_1 sa cenom P_1 , ako se cena P_2 artikla A_2 promeni za 1%, dok se ostale promenljive ne menjaju.

Parcijalnu elastičnost po **dominantnoj** promenljivoj ćemo jednostavno nazivati **elastičnost**.

Uzajamna elastičnost tražnje dva artikla

(*cross elasticity*) je mera (u procentima) promene tražnje nekog artikla A_1 sa cenom P_1 , ako se cena P_2 artikla A_2 promeni za 1%, dok se ostale promenljive ne menjaju.

Elastičnost tražnje od nacionalnog dohotka

je promena tražnje nekog artikla ako se nacionalni dohodak poveća za 1%, a ostale promenljive ne menjaju.

Ako je funkcija tražnje artikla A_1

$$Q_1 = Q_1(P_1, P_2, Y),$$

gde je P_1 cena artikla A_1 , P_2 cena artikla A_2 , a Y nacionalni dohodak, onda je

Ako je funkcija tražnje artikla A_1

$$Q_1 = Q_1(P_1, P_2, Y),$$

gde je P_1 cena artikla A_1 , P_2 cena artikla A_2 , a Y nacionalni dohodak, onda je

- Elastičnost $\varepsilon_{Q_1}^{P_1} = \frac{P_1}{Q_1} \cdot \frac{\partial Q_1}{\partial P_1}$.

Ako je funkcija tražnje artikla A_1

$$Q_1 = Q_1(P_1, P_2, Y),$$

gde je P_1 cena artikla A_1 , P_2 cena artikla A_2 , a Y nacionalni dohodak, onda je

- Elastičnost $\varepsilon_{Q_1}^{P_1} = \frac{P_1}{Q_1} \cdot \frac{\partial Q_1}{\partial P_1}$.
- Uzajamna elastičnost $\varepsilon_{Q_1}^{P_2} = \frac{P_2}{Q_1} \cdot \frac{\partial Q_1}{\partial P_2}$.

Ako je funkcija tražnje artikla A_1

$$Q_1 = Q_1(P_1, P_2, Y),$$

gde je P_1 cena artikla A_1 , P_2 cena artikla A_2 , a Y nacionalni dohodak, onda je

- Elastičnost $\varepsilon_{Q_1}^{P_1} = \frac{P_1}{Q_1} \cdot \frac{\partial Q_1}{\partial P_1}$.
- Uzajamna elastičnost $\varepsilon_{Q_1}^{P_2} = \frac{P_2}{Q_1} \cdot \frac{\partial Q_1}{\partial P_2}$.
- Elastičnost tražnje od nacionalnog dohotka $\varepsilon_{Q_1}^Y = \frac{Y}{Q_1} \cdot \frac{\partial Q_1}{\partial Y}$.

Zadatak

Neka je tražnja hemijskih olovaka $Q_h = 0.5Y + 325 - 5P_h + 2P_g$, gde je P_h cena hemijske olovke, P_g cena grafitne olovke i Y nacionalni dohodak.

- Odrediti funkciju elastičnosti tražnje hemijskih olovaka.
- Odrediti uzajamnu elastičnost tražnje hemijskih olovaka u zavisnosti od cene grafitnih olovaka
- Odrediti elastičnost tražnje od nacionalnog dohotka.
- Odrediti navedene elastičnosti za $Y = 10000$, $P_h = 20$ i $P_g = 10$.