NIZOVI

Aleksandar Pavlović

PREDAVANJA IZ POSLOVNE MATEMATIKE

March 24, 2014

Niz je preslikavanje iz skupa prirodnih brojeva u neki skup X.

$$a : \mathbb{N} \to X.$$

Niz je preslikavanje iz skupa prirodnih brojeva u neki skup X.

$$a : \mathbb{N} \to X.$$

Ako je $X = \mathbb{R}$ - brojni niz.

Niz je preslikavanje iz skupa prirodnih brojeva u neki skup X.

$$a : \mathbb{N} \to X.$$

Ako je $X = \mathbb{R}$ - brojni niz.

Umesto $a(1), a(2), \ldots$ pišemo a_1,$a_2, \ldots$
Niz obeležavamo sa $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$

PRIMERI

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots \rangle$ - Fibonačijev niz

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots\rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \dots\rangle$

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \dots \rangle$ - niz koji teži broju π

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \dots \rangle$ - niz koji teži broju π
- $\langle 1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots \rangle$

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \ldots \rangle$ - niz koji teži broju π
- $\langle 1, -2, 3, -4, 5, -6, \ldots \rangle$ - alternativni niz

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \ldots \rangle$ - niz koji teži broju π
- $\langle 1, -2, 3, -4, 5, -6, \ldots \rangle$ - alternativni niz
- $\langle \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \rangle$

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \dots \rangle$ - niz koji teži broju π
- $\langle 1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots \rangle$ - alternativni niz
- $\langle \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \rangle$ - niz recipročnih vrednosti prirodnih brojeva

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \dots \rangle$ - niz koji teži broju π
- $\langle 1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots \rangle$ - alternativni niz
- $\langle \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \rangle$ - niz recipročnih vrednosti prirodnih brojeva
- $\langle n^2 : n \in \mathbb{N} \rangle$

PRIMERI

- $\langle 1, 1, 1, \dots \rangle$ - konstantan ili stacionaran niz
- $\langle 1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots \rangle$ - Fibonačijev niz
- $\langle 3, 3{,}1, 3{,}14, 3{,}141, 3{,}1415, 3{,}14159, \dots \rangle$ - niz koji teži broju π
- $\langle 1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots \rangle$ - alternativni niz
- $\langle \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \rangle$ - niz recipročnih vrednosti prirodnih brojeva
- $\langle n^2 : n \in \mathbb{N} \rangle$- niz kvadrata prirodnih brojeva

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen odozdo** akko postoji m da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq m$.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen odozdo** akko postoji m da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** akko je ograničen i odozdo i odzgo.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen odozdo** akko postoji m da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** akko je ograničen i odozdo i odzgo.
- Niz je **neograničen** akko nije ograničen.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen odozdo** akko postoji m da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** akko je ograničen i odozdo i odzgo.
- Niz je **neograničen** akko nije ograničen.
- Niz je **rastući** akko je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako n.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen odozdo** akko postoji m da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** akko je ograničen i odozdo i odzgo.
- Niz je **neograničen** akko nije ograničen.
- Niz je **rastući** akko je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako n.
- Niz je **opadajući** akko je $a_{n+1} \leq a_n$ za svako n.

Osobine nizova

Neka je $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ niz.

- Niz je **ograničen odozgo** akko postoji M da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \leq M$.
- Niz je **ograničen odozdo** akko postoji m da je za svako $n \in \mathbb{N}$ $a_n \geq m$.
- Niz je **ograničen** akko je ograničen i odozdo i odzgo.
- Niz je **neograničen** akko nije ograničen.
- Niz je **rastući** akko je $a_{n+1} \geq a_n$ za svako n.
- Niz je **opadajući** akko je $a_{n+1} \leq a_n$ za svako n.
- Niz je **stacionaran** akko je $a_n = a$ za svako n i neko a.

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.
- Niz $\langle 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots \rangle$ je

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.
- Niz $\langle 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots \rangle$ je stacionaran, pa je samim tim ograničen.

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.
- Niz $\langle 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots \rangle$ je stacionaran, pa je samim tim ograničen.
- Niz $\langle 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \rangle$ je

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.
- Niz $\langle 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots \rangle$ je stacionaran, pa je samim tim ograničen.
- Niz $\langle 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \rangle$ je ograničen i opadajući.

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.
- Niz $\langle 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots \rangle$ je stacionaran, pa je samim tim ograničen.
- Niz $\langle 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \rangle$ je ograničen i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -2, 2, -3, 3 \ldots \rangle$ je

- Niz $\langle 1, 2, 3, 4, \ldots \rangle$ je ograničen odozdo i rastući.
- Niz $\langle -1, -3, -5, -7, \ldots \rangle$ je ograničen odozgo i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$ je ograničen i niti je rastući niti opadajući.
- Niz $\langle 5, 5, 5, 5, 5, 5, \ldots \rangle$ je stacionaran, pa je samim tim ograničen.
- Niz $\langle 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \rangle$ je ograničen i opadajući.
- Niz $\langle -1, 1, -2, 2, -3, 3 \ldots \rangle$ je neograničen i niti je rastući niti opadajući.

Aritmetički niz

Aritmetički niz

Niz $\langle a_n : n \in \mathbb{N}\rangle$ *aritmetički* akko postoji d da važi

$$a_{n+1} - a_n = d.$$

za svako n.

Aritmetički niz

Niz $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ *aritmetički* akko postoji d da važi

$$a_{n+1} - a_n = d.$$

za svako n.

Iz $a_2 - a_1 = d$ sledi

$$a_2 = a_1 + d.$$

Aritmetički niz

Niz $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ *aritmetički* akko postoji d da važi

$$a_{n+1} - a_n = d.$$

za svako n.

Iz $a_2 - a_1 = d$ sledi

$$a_2 = a_1 + d.$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d.$$

Aritmetički niz

Niz $\langle a_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ *aritmetički* akko postoji d da važi

$$a_{n+1} - a_n = d.$$

za svako n.

Iz $a_2 - a_1 = d$ sledi

$$a_2 = a_1 + d.$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d.$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d.$$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$- $a_1 = 1$, $d = 0$;

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$- $a_1 = 1$, $d = 0$;
- $\langle 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 0;$
- $\langle 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 1;$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$- $a_1 = 1$, $d = 0$;
- $\langle 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \rangle$- $a_1 = 1$, $d = 1$;
- $\langle 3, 1, -1, -3, -5, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 0;$
- $\langle 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 1;$
- $\langle 3, 1, -1, -3, -5, \ldots \rangle$- $a_1 = 3,\ d = -2;$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \dots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 0;$
- $\langle 1, 2, 3, 4, 5, \dots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 1;$
- $\langle 3, 1, -1, -3, -5, \dots \rangle$- $a_1 = 3,\ d = -2;$
- $\langle 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \dots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 0;$
- $\langle 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \rangle$- $a_1 = 1,\ d = 1;$
- $\langle 3, 1, -1, -3, -5, \ldots \rangle$- $a_1 = 3,\ d = -2;$
- $\langle 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4, \ldots \rangle$ - $a_1 = 2,\ d = \frac{1}{2};$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obeležava se sa S_n.

Zbir prvih n članova brojnog niza se obeležava se sa S_n.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obeležava se sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obeležava se sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \\ &= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + \ldots + (n-2) + (n-1)) \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obeležava se sa S_n.

$$\begin{aligned}
S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n \\
&= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \\
&= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + \ldots + (n-2) + (n-1)) \\
&= n \cdot a_1 + d\frac{n(n-1)}{2}.
\end{aligned}$$

Zbir prvih n članova brojnog niza se obeležava se sa S_n.

$$\begin{aligned} S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1} + a_n \\ &= a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + \ldots + a_1 + (n-2)d + a_1 + (n-1)d \\ &= n \cdot a_1 + d(1 + 2 + \ldots + (n-2) + (n-1)) \\ &= n \cdot a_1 + d\frac{n(n-1)}{2}. \end{aligned}$$

$$S_n = n \cdot a_1 + d\frac{n(n-1)}{2}.$$

Primer

Naći zbir svih parnih dvocifrenih prirodnih brojeva.

Primer

Naći zbir svih parnih dvocifrenih prirodnih brojeva.
Najmanji parni prirodan broj je 10, a najveći 98.

Primer

Naći zbir svih parnih dvocifrenih prirodnih brojeva.
Najmanji parni prirodan broj je 10, a najveći 98. Ukupno ih ima 45.

Primer

Naći zbir svih parnih dvocifrenih prirodnih brojeva.
Najmanji parni prirodan broj je 10, a najveći 98. Ukupno ih ima 45.
Razmak između dva uzastopna parna broja je 2.

Primer

Naći zbir svih parnih dvocifrenih prirodnih brojeva.
Najmanji parni prirodan broj je 10, a najveći 98. Ukupno ih ima 45.
Razmak između dva uzastopna parna broja je 2. Dakle,

$$10 + 12 + 14 + \ldots 96 + 98 = 10 \cdot 45 + 2 \cdot \frac{45 \cdot 44}{2} = 450 + 1980 = 2430.$$

Geometrijski niz

Geometrijski niz

Niz $\langle b_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ **geometrijski** akko postoji q da je

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q.$$

za $n = 1, 2, 3, \ldots$

Geometrijski niz

Niz $\langle b_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ **geometrijski** akko postoji q da je

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q.$$

za $n = 1, 2, 3, \ldots$

Na osnovu $\frac{b_2}{b_1} = q$ imamo

Geometrijski niz

Niz $\langle b_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ **geometrijski** akko postoji q da je

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q.$$

za $n = 1, 2, 3, \ldots$

Na osnovu $\frac{b_2}{b_1} = q$ imamo

$$b_2 = q \cdot b_1.$$

Geometrijski niz

Niz $\langle b_n : n \in \mathbb{N}\rangle$ **geometrijski** akko postoji q da je

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q.$$

za $n = 1, 2, 3, \ldots$

Na osnovu $\frac{b_2}{b_1} = q$ imamo

$$b_2 = q \cdot b_1.$$

$$b_3 = q \cdot b_2 = q \cdot q \cdot b_1 = q^2 \cdot b_1.$$

Geometrijski niz

Niz $\langle b_n : n \in \mathbb{N} \rangle$ **geometrijski** akko postoji q da je

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q.$$

za $n = 1, 2, 3, \ldots$

Na osnovu $\frac{b_2}{b_1} = q$ imamo

$$b_2 = q \cdot b_1.$$

$$b_3 = q \cdot b_2 = q \cdot q \cdot b_1 = q^2 \cdot b_1.$$

$$b_n = q^{n-1} b_1.$$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 1$;

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 1$;
- $\langle 1, 2, 4, 8, 16, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 1$;
- $\langle 1, 2, 4, 8, 16, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 2$;

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 1$;
- $\langle 1, 2, 4, 8, 16, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 2$;
- $\langle -3, 3, -3, 3, -3, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 1$;
- $\langle 1, 2, 4, 8, 16, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 2$;
- $\langle -3, 3, -3, 3, -3, \ldots \rangle$ - $b_1 = -3$, $q = -1$;

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1,\ q = 1;$
- $\langle 1, 2, 4, 8, 16, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1,\ q = 2;$
- $\langle -3, 3, -3, 3, -3, \ldots \rangle$ - $b_1 = -3,\ q = -1;$
- $\langle 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots \rangle$

Primer

- $\langle 1, 1, 1, 1, 1, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 1$;
- $\langle 1, 2, 4, 8, 16, \ldots \rangle$ - $b_1 = 1$, $q = 2$;
- $\langle -3, 3, -3, 3, -3, \ldots \rangle$ - $b_1 = -3$, $q = -1$;
- $\langle 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots \rangle$ - $b_1 = 4$, $q = \frac{1}{2}$;

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1}b^0 + a^{n-2}b^1 + \ldots + a^{n-j}b^{j-1} + \ldots + a^0 b^{n-1}).$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots b_{n-1} + b_n$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$\begin{aligned} S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \ldots b_{n-1} + b_n \\ &= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \ldots + q^{(n-2)} \cdot b_1 + q^{(n-1)} \cdot b_1 \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$\begin{aligned} S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \ldots b_{n-1} + b_n \\ &= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \ldots + q^{(n-2)} \cdot b_1 + q^{(n-1)} \cdot b_1 \\ &= b_1(1 + q + q^2 + \ldots + q^{(n-2)} + q^{(n-2)}) \end{aligned}$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \ldots b_{n-1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \ldots + q^{(n-2)} \cdot b_1 + q^{(n-1)} \cdot b_1 \\
&= b_1(1 + q + q^2 + \ldots + q^{(n-2)} + q^{(n-2)}) \\
&= b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.
\end{aligned}
$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \ldots b_{n-1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \ldots + q^{(n-2)} \cdot b_1 + q^{(n-1)} \cdot b_1 \\
&= b_1(1 + q + q^2 + \ldots + q^{(n-2)} + q^{(n-2)}) \\
&= b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.
\end{aligned}
$$

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.$$

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \ldots b_{n-1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \ldots + q^{(n-2)} \cdot b_1 + q^{(n-1)} \cdot b_1 \\
&= b_1(1 + q + q^2 + \ldots + q^{(n-2)} + q^{(n-2)}) \\
&= b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.
\end{aligned}
$$

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.$$

Za $|q| < 1$, **zbir svih članova beskonačnog geometrijskog niza**

Zbir prvih n članova geometrijskog niza

$$
\begin{aligned}
S_n &= b_1 + b_2 + b_3 + \dots b_{n-1} + b_n \\
&= b_1 + q \cdot b_1 + q^2 \cdot b_1 + \dots + q^{(n-2)} \cdot b_1 + q^{(n-1)} \cdot b_1 \\
&= b_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{(n-2)} + q^{(n-2)}) \\
&= b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.
\end{aligned}
$$

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}.$$

Za $|q| < 1$, **zbir svih članova beskonačnog geometrijskog niza**

$$S = b_1 \cdot \frac{1}{1-q}.$$

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$.

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$.
Prvi član niza je 1, a $q = -1$.

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$.
Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)} = \frac{1 - (-1)^n}{2},$$

Pa je za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$.
Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1-(-1)^n}{1-(-1)} = \frac{1-(-1)^n}{2},$$

Pa je za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primer

Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\langle 2{,}1{,}\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots \rangle$

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$.
Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1 - (-1)^n}{1 - (-1)} = \frac{1 - (-1)^n}{2},$$

Pa je za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primer

Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\langle 2,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\ldots \rangle$
Kod ovog niza $a_1 = 2$, a $q = \frac{1}{2}$.

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots\rangle$.
Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1-(-1)^n}{1-(-1)} = \frac{1-(-1)^n}{2},$$

Pa je za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primer

Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\langle 2,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\ldots\rangle$
Kod ovog niza $a_1 = 2$, a $q = \frac{1}{2}$.

$$S_{10} = 2 \cdot \frac{1-(\frac{1}{2})^{10}}{1-\frac{1}{2}} = 4 \cdot (1 - \frac{1}{1024}) = 4 - \frac{1}{256} = 3{,}996.$$

Primer

Naći zbir prvih n članova niza $\langle 1, -1, 1, -1, 1, \ldots \rangle$.
Prvi član niza je 1, a $q = -1$. Dakle,

$$S_n = 1 \cdot \frac{1-(-1)^n}{1-(-1)} = \frac{1-(-1)^n}{2},$$

Pa je za parno n, $S_n = 0$, a za neparno $S_n = 1$.

Primer

Naći zbir prvih 10, kao i svih članova niza $\langle 2,1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\ldots \rangle$
Kod ovog niza $a_1 = 2$, a $q = \frac{1}{2}$.

$$S_{10} = 2 \cdot \frac{1-(\frac{1}{2})^{10}}{1-\frac{1}{2}} = 4 \cdot (1 - \frac{1}{1024}) = 4 - \frac{1}{256} = 3{,}996.$$

$$S = 2 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 4.$$