

**Usmeni deo ispita iz
DISKRETNE MATEMATIKE I
DEFINICIJE I DOKAZI**

1. [5p.] Navesti i objasniti osnovne principe prebrojavanja.
2. [5p.] Odrediti broj pozitivnih delitelja prirodnog broja n .
3. [5p.] Formulirati Dirihleov princip.
4. [10p.] Dokazati da svaki niz od $mn + 1$ različitih realnih brojeva sadrži rastući podniz dužine bar $m + 1$ ili opadajući podniz dužine bar $n + 1$.
5. [5p.] Dati definiciju varijacije sa ponavljanjem reda k n -skupa i odrediti njihov broj.
6. [5p.] Dati definiciju varijacije bez ponavljanja reda k n -skupa i odrediti njihov broj.
7. [5p.] Dati definiciju permutacija bez ponavljanja n -skupa i odrediti njihov broj.
8. [5p.] Dati definiciju kombinacije bez ponavljanja reda (klase) k n -skupa i odrediti njihov broj.
9. [5p.] Definisati binomne koeficijente i zapisati neke od njihovih osobina (neke identitete).
10. [10p.] Formulirati i dokazati binomnu formulu.
11. [10p.] Dati definiciju Kombinacije sa ponavljanjem k -te klase skupa od n elemenata i odrediti njihov broj.
12. [5p.] Odrediti broj rešenja jednačine $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$ u skupu nenegativnih celih brojeva.
13. [10p.] Definisati permutacije sa ponavljanjem određenog tipa i odrediti njihov broj.
14. [10p.] Formulirati i dokazati polinomnu formulu.
15. [10p.] Formulirati i dokazati formulu uključenja i isključenja
16. [10p.] Definisati rastroj poretka (besporedak) i izvesti obrazac za broj rastroja poretka.
17. [5p.] Dati definiciju k -ciklične permutacije i transpozicije.
18. [5p.] Dati definiciju inverzije i parnosti permutacije.
19. [10p.] Dokazati da svaka transpozicija menja parnost permutacije.
20. [5p.] Dati definiciju Stirlingovih brojeva I vrste i izvesti odgovarajuću osnovnu formulu koja ih povezuje.
21. [10p.] Definisati lokalni (desni) maksimum u datoj permutaciji i izvesti broj permutacija od n elemenata sa tačno k desnih lokalnih maksimuma kao i broj permutacija od n elemenata sa tačno k ciklusa.
22. [10p.] Dati definiciju Stirlingovih brojeva II vrste i izvesti odgovarajuću osnovnu formulu koja ih povezuje.
23. [10p.] Definisati brojeve Bela (šta predstavljaju) i izvesti odgovarajuću osnovnu formulu koja ih povezuje.
24. [5p.] Formulirati problem Hanojske kule i rešiti ga.
25. [10p.] Definisati Fibonačijev niz i izvesti eksplicitni oblik za opšti član niza.

26. [5p.] Definirati linearnu homogenu diferencnu jednačinu sa konstantnim koeficijentima (HDJKK) i osnovne pojmove vezane sa njom.
27. [5p.] Formulirati i dokazati linearno pravilo za rešavanje HDJKK.
28. [10p.] Ako je λ koren karakteristične jednačine date HDJKK višestrukosti m ($m \geq 1$), dokazati da su tada svih m nizova $\lambda^n, n\lambda^n, \dots, n^{m-1}\lambda^n$ rešenja HDJKK.
29. [5p.] Dati definicije za: prost graf, multigraf, opšti graf, susednost čvorova i grana i regularnost grafa.
30. [5p.] Dati definicije stepen čvora, visećeg i izolovanog čvor, kao i izvesti osnovna tvrđenja vezana za zbir stepena čvorova.
31. [5p.] Definirati izomorfizam dva grafa i navesti invarijante izomorfizma.
32. [5p.] Dati definiciju podgrafa, pokrivajućeg podgrafa i indukovanog podgrafa datog grafa.
33. [10p.] Formulirati potreban i dovoljan uslov da postoji prost graf koji je samokomplementaran.
34. [5p.] Dati definicije za uniju, presek, gransku sumu i potpuni proizvod dva grafa ($\cup, \cap, \oplus, \nabla$) kao i definiciju komplementa grafa.
35. [5p.] Dati definicije za proizvod i sumu dva grafa $G_1 \times G_2$ i $G_1 + G_2$, kao i za mrežu i n -dimenzionu kocku.
36. [5p.] Dati definiciju grafa grana $L(G)$ i izvesti formulu za broj grana u njemu.
37. [5p.] Dati definiciju totalnog grafa $T(G)$ i izvesti formulu za broj grana u njemu.
38. [5p.] Dati definicije puta, zatvorenog puta, lanca, prostog lanca i konture.
39. [5p.] Definirati komponentu grafa i povezanost grafa.
40. [10p.] Definirati most i artikulacioni čvor grafa. Formulirati i dokazati osnovna tvrđenja vezana za most, odnosno artikulacione čvorove u grafu.
41. [5p.] Definirati metriku u grafu, sferu i loptu u grafu.
42. [10p.] Definirati ekscentricitet čvora, poluprečnik i prečnik grafa i centar grafa. Formulirati i dokazati osnovna tvrđenja vezana za $r(G)$ i $d(G)$.
43. [10p.] Definirati Ojlerov i poluojlerov graf. Formulirati i dokazati osnovna tvrđenja vezana za ove grafove.
44. [10p.] Definirati Hamiltonovske i poluhamiltonovske grafove. Formulirati i dokazati teoremu Orea i Diraka.
45. [10p.] Definirati Hamiltonove i poluhamiltonove grafove. Formulirati i dokazati potrebne uslove da bi graf bio Hamiltonov.
46. [10p.] Definirati bipartitne grafove. Formulirati i dokazati potreban i dovoljan uslov da bi graf bio bipartitan.
47. [10p.] Definirati stabla i šume. Formulirati i dokazati potrebne i dovoljne uslove da bi graf sa n čvorova bio stablo.

48. [10p.] Formulirati i dokazati Kelijevu teoremu za broj označenih stabala sa n čvorova.
49. [5p.] Definirati operacije lokalnog karaktera u grafu, homeomorfizam.
50. [5p.] Formulirati I verziju teoreme Kuratovskog i primeniti je na primeru Petersenovog grafa.
51. [5p.] Formulirati II verziju teoreme Kuratovskog i primeniti je na primeru Petersenovog grafa.
52. [10p.] Formulirati i dokazati Ojlerovu teoremu za planarne grafove.
53. [10p.] Formulirati i dokazati posledice Ojlerove teoreme o ograničenju za broj grana m za povezane planarne grafove i bipartitne grafove.
54. [5p.] Dokazati da K_5 nije planaran.
55. [5p.] Dokazati da $K_{3,3}$ nije planaran.
56. [5p.] Formulirati pojam faktorizacije grafa, pojam 1-faktora, 2-faktora i r -faktora.
57. [10p.] Formulirati i dokazati tvrdjenje koje se odnosi na 1-faktorizaciju grafa K_n .
58. [10p.] Formulirati i dokazati tvrdjenje koje se odnosi na 2-faktorizaciju grafa K_n .
59. [5p.] Definirati pojmove vezane za digraf i dokazati da svaki aciklični digraf ima bar jedan izvor i bar jedan ponor.
60. [10p.] Definirati bazu digrafa, slabu i jaku povezanost. Formulirati i dokazati tvrdjenja o orijentabilnosti grafa.
61. [5p.] Dokazati da je svaki turnir poluhamiltonovski.
62. [10p.] Dokazati da je svaki jako povezan turnir Hamiltonovski.
63. [10p.] Dokazati da svaki turnir ima lidera i da je to jedinstveni lider akko turnir ima izvor.