M109, M509: АЛГЕБРА 1

23. јануар 2024.

[**13**] **1.** Нека је дата група $\mathbb{S}_{10}$ и њена пермутација

$$\alpha = (1\ 5\ 2\ 7)(1\ 9\ 5\ 2\ 3)(3\ 7\ 4)(1\ 4\ 2)(3\ 4).$$

(а) Одредити ред елемента α у групи $\mathbb{S}_{10}$.

(б) Испитати да ли $\mathbb{S}_{10}$ има подгрупу реда 33.

(в) Испитати да ли постоји мономорфизам из $\mathbb{Z}_{10}$ у $\mathbb{S}_{10}$.

[**13**] **2.** Нека су P и R прстени са јединицом, где је 1_P јединица прстена P а 1_R јединица прстена R. Даље, нека је $\varphi : P \longrightarrow R$ хомоморфизам прстена такав да постоји $x \in P$ за које важи $\varphi(x) \neq 0_R$ и да важи $\varphi(1_P) \neq 1_R$. Доказати да је тада $\varphi(1_P)$ делитељ нуле.

[**12**] **3.** Дата је линеарна Диофантова једначина

$$2301x + 2024y = a.$$

(а) Одредити све $a \in \mathbb{Z}$ за које горња једначина има решење.

(б) Решити горњу једначину за најмањи природан број a за који постоји решење.

[**12**] **4.** Нека је дат векторски простор реалних функција $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, његов подскуп свих полиномних функција са реалним коефицијентима $\mathbb{R}[x]$ и нека је $\mathcal{P}$ скуп свих парних реалних функција.

(а) Доказати да је $\mathbb{R}[x] \cap \mathcal{P}$ потпростор векторског простора $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$.

(б) Одредити један низ генератора потпростора $\mathbb{R}[x] \cap \mathcal{P}$. Да ли је $\mathbb{R}[x] \cap \mathcal{P}$ коначно генерисан векторски простор?

Рад траје **180** минута.

Вредност задатака је назначена на левој маргини.

Усмени испит: **ПОНЕДЕЉАК, 29. ЈАНУАР**, у **10 ч**, сала **63**.