

М109, М509: АЛГЕБРА 1

ЈУНСКИ РОК
16. ОКТОБАР 2025.

- [13] 1. Нека је $G = \{0, 1, 2, \dots, 2024\}$ и бинарна операција $*$ на G дефинисана са
- $$x * y \equiv x \cdot 2y \pmod{2025}.$$
- (а) Испитати да ли је групоид $(G, *)$ комутативан и асоцијативан.
- (б) Испитати да ли групоид $(G, *)$ има нулу и јединицу.
- (в) Одредити све једноелементне подгрупоиде групоида $(G, *)$.
- [13] 2. Нека је $(G, \cdot)$ група. Доказати да ако је $G/Z(G)$ циклична група, онда је G Абелова.
- [12] 3. У комутативном прстену $(P, +, \cdot)$ за $a \in P$ дефинисан је скуп
- $$S_a = \{ap : p \in P\}.$$
- (а) Доказати да је S_a идеал прстена P , за све $a \in P$.
- (б) У прстену $\mathbb{Z}_{2025}$ одредити идеал S_{15} и одговарајући фактор прстен.
- [12] 4. Одредити остатак броја 123^{456789} при дељењу са 23.

РАД ТРАЈЕ **180** МИНУТА.

ВРЕДНОСТ ЗАДАТАКА ЈЕ НАЗНАЧЕНА НА ЛЕВОЈ МАРГИНИ.

УСМЕНИ ИСПИТ: **ПЕТАК, 17. ОКТОБАР, У 11 Ч, УЧИОНИЦА 64.**