

М109, М509: АЛГЕБРА 1

4. СЕПТЕМБАР 2023.

[12] 1. Нека је $A = \{1, 2, \dots, 2023\}$ и операција $*$ дата са $a*b = \max\{x, y\}$, за $x, y \in A$.

а) Доказати да је $(A, *)$ комутативан моноид.

б) Да ли је $(A, *)$ изоморфно са $(\mathbb{Z}_{2023}, +_{2023})$ или (S_{2023}, \circ) ?

в) Ако $G = \{x, y, z, t\}$ и операција \cdot задата таблицом доле, да ли је групоид (G, \cdot) хомоморфна слика групоида $(A, *)$?

\cdot	x	y	z	t
x	x	x	x	x
y	x	y	y	y
z	x	y	z	z
t	x	y	z	t

[12] 2. Дата је група D_5 .

а) Одредити редове елемента ρ^{2023} и $\sigma\rho$.

б) Одредити све елементе који комутирају са σ .

в) Испитати да ли је $\langle \rho \rangle$ нормална подгрупа групе D_5 .

[13] 3. На скупу реалних бројева дефинисане су операције \oplus , \odot и \otimes на следећи начин:

$$(x, y) \oplus (z, t) = (x + z, y + t);$$

$$(x, y) \odot (z, t) = (xz - yt, xt + yz);$$

$$(x, y) \otimes (z, t) = (x \cdot z, y \cdot t).$$

а) Испитати да ли је $(\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$ поље.

б) Испитати да ли је $(\mathbb{R}^2, \oplus, \otimes)$ поље.

[13] 4. Нека је $p(x)$ нормирани кубни полином са целим коефицијентима такав да је једна његова нула једнака производу друге две. Доказати да је $2p(-1)$ умножак од $p(1) + p(-1) - 2(1 + p(0))$.

РАД ТРАЈЕ 180 МИНУТА.

ВРЕДНОСТ ЗАДАТАКА ЈЕ НАЗНАЧЕНА НА ЛЕВОЈ МАРГИНИ.

УСМЕНИ ИСПИТ: ТЕРМИН ЋЕ БИТИ ОБЈАВЉЕН ЗАЈЕДНО СА РЕЗУЛТАТИМА.