

# M147: TEORIJA AUTOMATA

26. JUN 2024.

1. Kao što je poznato sa vežbi, za svaki jezik  $L \subseteq \{a\}^*$ , jezik  $L^*$  mora biti regularan (što daje lak način da se da primer neregularnog jezika  $L$  tako da je  $L^*$  regularan).

Konstruisati (sa obrazloženjem) primer jezika  $L \subseteq \{a, b\}^*$  koji nije regularan – ali tako da nije  $L \subseteq \{a\}^* \cup \{b\}^*$  – sa svojstvom da je  $L^*$  jeste regularan jezik.

2. Dat je prirodan broj  $n \geq 2$ . Neka su dalje,  $\sigma, \tau$  dve permutacije na skupu  $\{1, \dots, n\}$ . Posmatrajmo sve reči  $w$  nad azbukom  $\{\sigma, \tau\}$ ,

$$w = \alpha_1 \dots \alpha_k$$

( $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in \{\sigma, \tau\}$ ) koje, kada ih shvatimo kao kompoziciju permutacija, za rezultat daju identičku permutaciju na  $\{1, \dots, n\}$ . Koristeći teoriju automata, pokazati da skup svih takvih reči čini regularan jezik nad azbukom  $\{\sigma, \tau\}$ .

(Pomoć: zadatak se može rešiti na bar dva različita načina, jedan na osnovu elemenata iz prve polovine gradiva, a jedan na osnovu teoreme iz druge polovine gradiva.)

3. Konstruisati DKA koji prihvata sve reči  $w \in \{0, 1\}^*$  sa osobinom da  $w$  sadrži dve uzastopne nule, ali ne sadrži tri uzastopne jedinice.
4. Za  $k \geq 2$  označimo

$$L_k = \{a^{n^k} : n \geq 1\}.$$

Kao što je (sa vežbi) poznato, nijedan od ovih jezika, zasebno, nije regularan. Neka je sada dat niz brojeva  $2 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_m$ . Da li je jezik

$$L_{k_1} + L_{k_2} + \dots + L_{k_m}$$

regularan? Dokazati odgovor.

(Pomoć: pokušati najpre sa jezikom  $L_2 + L_3$ , na primer.)

RAD TRAJE **180** MINUTA.

SVAKI ZADATAK VREDI **10** POENA.

REZULTATI I UPISIVANJE OCENA: **UTORAK, 2. JUL 2024. U 10:30** (UČIONICA 60).  
(REZULTATI I RANIJE, PREKO MOODLE-A.)