M231 Analiza 2 - 1. kolokvijum šk. 2010/11. **Ime, prezima i br. indeksa:**

1. **Data je funkcija** $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{e^{x^2+y^2}-1}$**.**

1.1. [1] Domen funkcije f je skup $Df =$

1.2. [2] Najšire neprekidno proširenje funkcije f je funkcija $F(x,y) = \begin{cases} f(x,y) & ,(x,y) \in Df \\ & , \end{cases}$

1.3. [1] Posmatrajmo tačku $A(0,1)$. Da li funkcije f i F imaju isti izvod u tački A?

1.4. [2] Naći diferencijal funkcije F u tački $A(0,1)$.

1.5. [2] Diskutovati diferencijabilnost funkcije F u tački A.

1.6. [3] Naći jednu normalu na grafik funkcije f u tački $\left(0,1,\frac{1}{e-1}\right)$.

1.7. * [2] Posmatrajmo tačku $B(0,0)$. Naći diferencijal funkcije F u tački B.

1.8. * [2] Ispitati diferencijabilnost funkcije F u tački B.

2. **Data je funkcija** $f(x,y) = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$.

2.1. [4] Naći sve lokalne ekstreme funkcije f.

2.1. [4] Naći uslovne ekstreme funkcije f u tačkama koje zadovoljavaju jednakost $4x + y + 5 = 0$.

3 [7] Koliko funkcija $z = z(x,y)$ je implicitno definisano jednačinom $xy - xz - yz + z^3 = 0$ u tački $(1,0)$? Naći Taylor-ov polinom prvog stepena za jednu od tih funkcija u tački $(1,0)$.

M231 Analiza 2 - 2. kolokvijum šk. 2010/11. **Ime, prezima i br. indeksa:**

1. [7] Izračunati integral $\int_0^1 \int_x^1 e^{y^2} \, dy \, dx$.

2. [8] Naći površinu dela grafika funkcije $z = xy$ koji leži unutar cilindra $x^2 + y^2 = 2$.

3. [7] Naći fluks vektorskog polja $\vec{F} = (x + \sin y)\vec{i} + (e^x + 2y)\vec{j} + 3z\vec{k}$ kroz kocku jedinične zapremine.

4. [8] Naći rad vektorskog polja $\vec{F} = y\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ duž luka krive C datog sa $y = |\sin x|$, $x \in [0, 2\pi]$.

Važno! Svaki put kad koristite neku teoremu, navesti koju i opravdati korišćenje iste! Takodje, za svaku uvedenu oznaku obavezno napisati šta označava!

M231 Analiza 2 - popravni 25.1.2011. - 1.deo **Ime, prezima i br. indeksa:**

1. [20] Data je funkcija $f(x,y) = (x^2+y^2)\cos\frac{1}{x^2+y^2}$

   1.1 [1] Domen funkcije f je skup $Df =$

   1.2 [2] Najšire neprekidno proširenje funkcije f je funkcija $F(x,y) =$

   1.3 [4] Naći diferencijal funkcije F u tački $A(0,0)$ koji odgovara adekvatnom priraštaju.

   1.4 [3] Ispitati diferencijabilnost funkcije F u tački A.

   1.5 [1] Posmatrajmo tačku $B(1,0)$. Da li funkcije f i F imaju isti izvod u tački B?

   1.6 [3] Naći izvod funkcije F u tački B.

   1.7 [3] Diskutovati diferencijabilnost funkcije F u tački B.

   1.8 [3] Naći jednu normalu na grafik funkcije f u tački B.

2. [10] Data je funkcija $F(x,y,z) = x^2+y^2+z^2+2x+2y-2z-6$.

   2.1 [2] Koji uslov mora biti ispunjen da bi jednačinom $F(x,y,z)=0$ na nekoj okolini tačke $(-1,-1)$ bila implicitno definisana funkcija $z = z(x,y)$.

   2.2. [2] Koliko implicitnih funkcija je definisano na okolini tačke M?

   2.3 [2] Naći lokalne ekstreme funkcije z. Stacionarna tačka je $M(\quad,\quad)$

   2.4 [2] $dz(M) =$ $\qquad\qquad$ $d^2z(M) =$

   2.5. [2] Navesti minimalne i maksimalne vrednosti.

M231 Analiza 2 - popravni 25.1.2011. -2.deo **Ime, prezima i br. indeksa:**

1. [5] Izračunati integral $\displaystyle\int_0^1\int_x^1 \cos(y^2)dy\,dx$.

2. [5] Da li je $\displaystyle\iint_S x\,dydz + y\,dzdx + z\,dxdy$, pri čemu je S spoljna strana sfere $x^2+y^2+z^2=1$, jednak trostrukoj zapremini jedinične lopte? Obrazložiti odgovor.

3. [10] Pokazati da krivolinijski integral $\displaystyle\int_l (x^4+4xy^3)\,dx + (6x^2y^2-5y^4)\,dy$ ne zavisi od krive l koja spaja tačke $A(0,0)$ i $B(1,1)$ i izračunati vrednost datog integrala.

4. [10] Izračunati zapreminu tela T koja nastaje u preseku površi $x=0$, $z=0$ i $z=2-x^2-y^2$ i sadži tačku $(1,0,0)$.

Važno! Svaki put kad koristite neku teoremu, navesti koju i opravdati korišćenje iste!
Takodje, za svaku uvedenu oznaku obavezno napisati šta označava!

M231 Analiza 2 - pismeni septembar 2011.

1. [20] Data je funkcija $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2+y^2 = 0 \end{cases}$

   (a) Ispitati neprekidnost funkcije f na njenom domenu.

   (b) Naći parcijalni izvod po x funkcije f na njenom domenu.

   (c) Ispitati neprekidnost funkcije f_x na njenom domenu.

   (d) Naći lokalne ekstreme funkcije f.

   (e) Naći ekstreme funkcije f na pravoj $x+y=1$.

2. [5] Funkciju $z = z(x,y)$, implicitno datu jednačinom $x^3+y^3+z^3+6xyz = 1$, aproksimirati Taylor-ovim polinomom 1. stepena u tački $(0,0)$.

3. [5] Naći jednačinu tangentne ravni eliptičnog paraboloida $z = 2x^2+y^2$ u tački $(1,1,3)$.

4. [7.5] Izračunati dvostruki integral $\iint_R \cos(x^2+y^2)dA$, gde je R polukrug $x^2+y^2 \leq 9$ iznad x-ose.

5. [7.5] Naći zapreminu tela izmedju površi $z = -\sqrt{1-x^2-y^2}$ i $z = 1-\sqrt{x^2+y^2}$.

6. [7.5] Izračunati krivolinijski integral funkcije $\vec{F}(x,y,z) = (1,xy,z)$ duž krive $y = x^2$ u ravni $z = 1$ od tačke $(-1,1,1)$ do $(1,1,1)$.

7. [7.5] Izračunati površinski integral funkcije $\vec{F}(x,y,z) = (1,xy,z)$ po spoljašnjoj strani površi $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$.

REZULTATI: