MATEMATIČKA LOGIKA I ALGEBRA (2000/01)

KOLOKVIJUM IZ MATEMATIČKE LOGIKE

SMER IAB

1. (2) Proveriti da li je iskazna formula

$$(p \wedge q) \vee r \Rightarrow ((r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q))$$

tautologija.

2. (3) Dokazati da za formulu iskaznog računa $p \Rightarrow q$ ne postoji tautološki ekivalentna formula koja sadrži iskazna slova p i q , a kao operacijske znake samo konjunkcije i disjunkcije.

3. (2) Dokazati da formula

$$(\forall x)(\forall y)(\exists z)R(x,y,z) \wedge (\exists x)(\forall y)(\forall z)R(x,y,z) \wedge (\forall x)(\exists y)(\forall z)R(x,y,z) \rightarrow (\forall x)R(x,x,x)$$

nije valjana.

4. (3) Dokazati da je formula

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z(R(x,y \wedge R(x,z) \Rightarrow R(y,z)) \wedge (\exists x)(\forall y)R(x,y) \Rightarrow (\forall x)(\forall y)R(x,y)$$

valjana.

SMER IDE

1. (2) Proveriti da li je iskazna formula

$$((r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \wedge q) \vee r$$

tautologija.

2. (3) Dokazati da je formula

$$((p \wedge q) \vee \neg(q \Rightarrow r) \vee \neg(r \Rightarrow p)$$

semantička posledica formula $p \Rightarrow q$ i $\neg q \Rightarrow r$.

3. (2) Dokazati da formula

$$(\forall x)(\exists y)(\alpha(x,y) \Rightarrow \beta(x,y)) \wedge (\forall x)(\exists y)(\beta(x,y) \Rightarrow \gamma(x,y)) \Rightarrow (\forall x)(\exists y)(\alpha(x,y) \Rightarrow \gamma(x,y))$$

nije valjana.

4. (3) Dokazati da je formula

$$(\forall x)(\alpha(x) \wedge \beta(x) \Rightarrow \gamma(x)) \wedge (\exists x)(\alpha(x)) \wedge (\exists x)(\beta(x)) \Rightarrow (\exists x)(\gamma(x))$$

valajna.

KOLOKVIJUM IZ ALGEBRE, 12. maj 2001.

SMER I-AB

1. Ako su A, B i C podskupovi skupa U, dokazati da važi jednakost $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$.

2. Relacija τ_n na skupu prirodnih brojeva N definisana je (za fiksiran prirodan broj) na sledeći način:

$$(x, y) \in \tau_n \Leftrightarrow x \cdot n + 1 \leq y.$$

Dokazati:
a) τ_n je tranzitivna relacija:
b) $n \leq m$ je ekvivalentna sa $\tau_m \subseteq \tau_n$;
c) $\tau_m \circ \tau_n = \tau_{mn+n}$.

3. Dopuniti tablicu operacije

$*$	a	b	c	d	e	f
a	e	f	b	·	·	·
b	·	·	a	·	·	·
c	·	·	·	·	b	·
d	·	·	·	·	·	·
e	d	c	·	·	·	b
f	·	·	·	·	·	d

tako da struktura $(\{a, b, c, d, e, f\}, *)$ bude grupa.

4. Neka je R komutativan prsten sa jedinicom i $a \in N(R)$. Dokazati da $1 + a^2$ ima inverzni element.

SMER I-DE

1. Ako su A, B i C podskupovi skupa U, dokazati da važi jednakost $A \triangle B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

2. Relacija τ_n na skupu prirodnih brojeva N definisana je (za fiksiran prirodan broj) na sledeći način:

$$(x, y) \in \tau_n \Leftrightarrow x \cdot n \leq y.$$

Dokazati:
a) τ_n je tranzitivna relacija:
b) $n \leq m$ je ekvivalentna sa $\tau_m \subseteq \tau_n$;
c) $\tau_m \circ \tau_n = \tau_{mn}$.

3. Dopuniti tablicu operacije

$*$	a	b	c	d	e	f
a	b	c	·	f	·	·
b	·	d	·	·	·	·
c	d	·	e	·	·	·
d	·	·	·	b	·	·
e	·	·	·	·	·	·
f	·	·	b	·	·	d

tako da struktura $(\{a, b, c, d, e, f\}, *)$ bude Abelova grupa.

4. Neka je R komutativan prsten sa jedinicom i $a \in N(R)$. Dokazati da $1 - a$ ima inverzni element.