ELEMENTI MATEMATIČKE LOGIKE(2005/06) KOLOKVIJUM-NOVEMBAR, 21.11.2005.

GRUPA A

1. Dokazati matematičkom indukcijom da 2 deli $3^n + 5^n$ za $n \geq 1$
2. Diskusijom po iskaznom slovu dokazati: $\models p \wedge (p \Rightarrow q) \Rightarrow q$
3. Naći formulu u DNF i KNF čija je istinitosna tablica

p	q	r	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

4. Izraziti $\Leftrightarrow$ preko $\neg$ i $\wedge$.
5. Dokazati $\vdash \neg\neg A \Rightarrow A$.

GRUPA B

1. Dokazati matematičkom indukcijom da 2 deli $3^n + 7^n$ za $n \geq 1$
2. Diskusijom po iskaznom slovu dokazati: $\models (p \Rightarrow q \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$
3. Naći formulu u DNF i KNF čija je istinitosna tablica

p	q	r	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\top$	$\top$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

4. Izraziti $\Leftrightarrow$ preko $\neg$ i $\vee$.
5. Dokazati $\vdash A \Rightarrow \neg\neg A$.

GRUPA C

1. Dokazati matematičkom indukcijom da 2 deli $3^n + 9^n$ za $n \geq 1$
2. Diskusijom po iskaznom slovu dokazati: $\models p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$
3. Naći formulu u DNF i KNF čija je istinitosna tablica

p	q	r	F
$\top$	$\top$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

4. Izraziti $\Leftrightarrow$ preko $\neg$ i $\Rightarrow$.

5. Dokazati $A, \neg A \vdash B$.

ALGEBRA II(2005/06), KOLOKVIJUM-MAJ, 03. maj 2006.

Obavezni:

G_1	a	b	c	d
a	a	c	b	a
b	c	d	a	b
c	b	d	d	c
d	d	b	c	a

G_2	0	1
0	0	1
1	1	0

1. Objasniti da li je $(\mathbb{Z}\backslash\{2006\}, *)$ grupoid, gde je $*$ binarna operacija definisana sa: $x * y = 2x - 5y - 6$.

2. Pronaći sve podgrupoide grupoida G_1.

3. Pronaći sve kongruencije grupoida G_1.

4. Da li je $h : G_1 \rightarrow G_2$ homomorfizam grupoida ako je $h : \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$?

5. Da li je G_1 asocijativan grupoid?

Poželjni:

6. Dokazati da u komutativnoj grupi elementi konačnog reda obrazuju podgrupu.

7. Neka je F polje reda 8. Odrediti karakteristiku polja F i obrazložiti.

8. Pokazati da podskup $W = \{(x, y, z) \mid x + y^2 + z^3 > 8 \wedge x^3 + y^2 + z \leq 4\}$ ne odredjuje potprostor realnog prostora R^3.

ALGEBRA II(2005/06), TEST-MAJ, 29. jun 2006.

Grupa A

1. Ako je $z = \sqrt{3} - i$, odrediti z^{112}.

2. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $x^3 + x^2 + x + 1$ i $x^4 - x^3 - x - 1$.

Grupa B

1. Ako je $z = 2 - 2i$, odrediti z^{121}.

2. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $x^3 - x^2 + x - 1$ i $x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x - 2$.

Grupa C

1. Ako je $z = -2 + 2\sqrt{3}i$, odrediti z^{131}.

2. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $2x^3 + x^2 + 2x + 1$ i $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x - 1$.

ALGEBRA II(2005/06), KOLOKVIJUM-JUN, 31. jun 2006.

Obavezni:

1. Odrediti ostatak pri deljenju broja 20^{2006} sa 13

2. Pronaći sva rešenja Diofantove jednačine: $66x - 78y = 42$.

3. Ako je $z = \sqrt{3} - 3i$, odrediti z^{176}.

4. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $2x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ i $6x^4 + 11x^3 + 14x^2 + 7x + 2$.

Poželjni:

5. Odrediti sve proste brojeve p takve da je $5p^2 + 1$ prost.

6. Ako su a i b racionalni brojevi, dokazati da je tada broj $a\sqrt{3} + b\sqrt{5}$ racionalan ako i samo ako je $a = b = 0$.

7. Odrediti polinom $f(x)$ trećeg stepena, za koji važi da $(x - 1)^2$ deli $f(x) + 1$, a $(x + 1)^2$ deli $f(x) - 1$.

ALGEBRA II(2005/06), POPRAVNI KOLOKVIJUM-JUN, 29. jun 2006.

-prvi deo-

Obavezni:

G_1	a	b	c	d
a	a	c	b	a
b	c	d	d	b
c	b	a	d	c
d	d	b	c	a

G_2	0	1
0	0	1
1	1	0

1. Objasniti da li je $(\mathbb{Z}\backslash\{2007\}, *)$ grupoid, gde je $*$ binarna operacija definisana sa: $x * y = 2x - 4y - 6$.
2. Pronaći sve podgrupoide grupoida G_1.
3. Pronaći sve kongruencije grupoida G_1.
4. Da li je $h : G_1 \to G_2$ homomorfizam grupoida ako je $h : \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$?
5. Da li je G_1 asocijativan grupoid?

Poželjni:

6. Dokazati da je komutativni grupoid $(G, *)$ u kome važi zakon $x * (y * z) = y * (x * z)$ polugrupa.
7. Neka je V skup uredjenih parova realnih brojeva: $V = \{(x, y) \mid x \in R,\ y \in R\}$. Dokazati da V nije realni vektorski prostor, ako se operacije sabiranja u grupi i množenja skalarom definišu na sledeći način: $(x, y) + (z, t) = (y + z, x + t)$ i $k(x, y) = (kx, ky)$.

-drugi deo-

Obavezni:

1. Odrediti ostatak pri deljenju broja 270^{2006} sa 7
2. Pronaći sva rešenja Diofantove jednačine: $52x - 68y = 12$.
3. Ako je $z = 6 + 2\sqrt{3}i$, odrediti z^{180}.
4. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $x^3 - 2x^2 + 1$ i $x^2 - x - 2$.

Poželjni:

5. Dokazati da skup $A = \{x \mid x \in \mathbb{Q},\ x > 0,\ x^2 < 3\}$ nema najveći element u $\mathbb{Q}$.
6. Odrediti koeficijente a i b, tako da polinom $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + 2$ bude deljiv sa $(x - 1)^2$ deli $f(x) + 1$, a $(x + 1)^2$ deli $f(x) - 1$.