ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM
I-NOVEMBAR, 30. novembar 2008.

GRUPA I

Obavezni:

1. Da li je tautologija: $((q \Rightarrow p) \Rightarrow \neg r) \wedge (\neg q \Rightarrow \neg r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
2. Pronaći KKF i KDF za $r \vee (p \Rightarrow q)$.
3. Pronaći jedan primere interpretacije i valuacije za koju će formula: $(\forall x)(R_1^2(y, a_1) \vee (R_2^2(y, f_1^2(a_2, x)))$ biti a) tačna; b) netačna.

Poželjni:

4. Da li postoji formula $A(p, q, r)$, takva da je formula $(A \Leftrightarrow r) \Rightarrow ((p \Rightarrow A) \wedge (p \vee q)$ tautologija? (Navesti primer ili dokazati da ne postoji A.)
5. Dokazati matematičkom indukcijom da za iskaznu formulu $\neg p \vee \neg q$ ne postoji tautološki ekvivalentna formula $F(p, q)$ u kojoj su jedini iskazni veznici $\wedge$.
6. Pokazati da nije valjana formula: $(\forall x)(\exists y)(R(x, y) \vee R(y, x)) \wedge (\forall x)\neg R(x, x) \wedge (\exists x)(\forall y)\neg R(x, y) \Rightarrow (\forall x)(\exists y)R(y, x)$.

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM
I-NOVEMBAR, 30. novembar 2008.

GRUPA II

Obavezni:

1. Da li je tautologija: $(\neg p \Rightarrow \neg r) \wedge ((p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg r) \Rightarrow (r \Rightarrow q)$
2. Pronaći KKF i KDF za $(p \wedge \neg r) \Rightarrow q$.
3. Pronaći jedan primere interpretacije i valuacije za koju će formula: $(\exists x)(R_1^2(y, a_1) \wedge (R_2^2(y, f_1^2(a_2, x)))$ biti a) tačna; b) netačna.

Poželjni:

4. Da li postoji formula $A(p, q, r)$, takva da je formula $(r \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Rightarrow r) \wedge (\neg r \vee q)$ tautologija? (Navesti primer ili dokazati da ne postoji A.)
5. Dokazati matematičkom indukcijom da za iskaznu formulu $\neg p \vee q$ ne postoji tautološki ekvivalentna formula $F(p, q)$ u kojoj su jedini iskazni veznici $\wedge$.
6. Pokazati da nije valjana formula: $(\forall x)(\exists y)(\neg R(x, y) \vee \neg R(y, x)) \wedge (\forall x)R(x, x) \wedge (\exists x)(\forall y)R(x, y) \Rightarrow (\forall x)(\exists y)\neg R(y, x)$.

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM II-DECEMBAR, 27. decembar 2008.

GRUPA I Prezime i ime:________________________
br.ind.:_______

Obavezni:

4 Dokazati da za skupove $A, B, C \subseteq E$ važi
$B \setminus (A \cup C) = (B \setminus A) \cap (B \setminus C)$.

5 Data je relacija $\rho = \{(1,2),(1,4),(4,3),(3,1),(2,2)\}$ na skupu $A = \{1,2,3,4\}$.

a) Koje od osobina refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost ova relacija poseduje?

b) Odrediti najmanju relaciju θ na istom skupu takvu da je $\rho \subseteq \theta$ i da je θ relacija ekvivalencije.

c) Odrediti klase ekvivalencije θ.

d) Da li postoji relacija poretka σ na skupu A koja sadrži ρ. Ako postoji, konstruisati tu relaciju, a ako ne postoji obrazložiti zašto ne postoji.

6 Date su sledeće korespondencije iz skupa A u skup B:

a) $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2\}$,
$f_3 = \{(a,1),(b,1),(c,2)\}$,

b) $A = \{a,b,c,d,e\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$,
$f_1 = \{(a,1),(b,3),(c,3),(d,4),(e,5)\}$.

c) $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,3,4\}$ $f_2 = \{(a,3),(b,4)\}$.
Okreni list!

Koje od ovih korespondencija su funkcije? Koje od njih su injekcije, koje sirjekcije, a koje bijekcije?

7 Date su funkcije f i g na skupu $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. $f = \{(1,4),(2,3),(3,6),(4,4),(5,1),(6,6)\}$ i $g = \{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1),(5,4),(6,4)\}$.

a) Odrediti jezgra funkcija f i g.

b) Odrediti funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$.

c) Odrediti $g(\{1,2,3\})$ i $f^{-1}(\{1,2,3\})$.

Poželjni:

α Dati su skupovi A i B, koji su podskupovi univerzalnog skupa U. Odrediti skup $X \subseteq U$, koji zadovoljava skupovnu jednačinu $A \triangle X = B \cap X$.

β Neka su ρ i σ relacije na skupu A, $\rho \subseteq \sigma$, i neka je σ refleksivna i tranzitivna relacija. Dokazati da je $\rho \circ \sigma \circ \rho \subseteq \sigma \circ \rho \circ \sigma$.

γ Neka je $f : A \to B$ funkcija i $X, Y \subseteq B$. Dokazati $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM II-DECEMBAR, 27. decembar 2008.

GRUPA II Prezime i ime:________________________
br.ind.:_______

Obavezni:

4 Dokazati da za skupove $A, B, C \subseteq E$ važi
$(A \cup C) \setminus B = (A \setminus B) \cup (C \setminus B)$.

5 Data je relacija $\rho = \{(1,2),(1,3),(2,4),(3,2),(4,1)\}$ na skupu $A = \{1,2,3,4\}$.

a) Koje od osobina refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost ova relacija poseduje?

b) Odrediti najmanju relaciju θ na istom skupu takvu da je $\rho \subseteq \theta$ i da je θ relacija ekvivalencije.

c) Odrediti klase ekvivalencije θ.

d) Da li postoji relacija poretka σ na skupu A koja sadrži ρ. Ako postoji, konstruisati tu relaciju, a ako ne postoji obrazložiti zašto ne postoji.

6 Date su sledeće korespondencije iz skupa A u skup B:

a) $A = \{a,b,c,d,e\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$,
$f_1 = \{(a,1),(b,3),(c,5),(d,4)\}$.

b) $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$,
$f_2 = \{(c,1),(a,2),(b,3)\}$.

c) $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2\}$, $f_3 = \{(a,1),(c,2)\}$.
Okreni list!

Koje od ovih korespondencija su funkcije? Koje od njih su injekcije, koje sirjekcije, a koje bijekcije?

7 Date su funkcije f i g na skupu $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. $f = \{(1,4),(2,2),(3,6),(4,6),(5,4),(6,3)\}$ i $g = \{(1,1),(2,3),(3,3),(4,1),(5,6),(6,4)\}$.

a) Odrediti jezgra funkcija f i g.

b) Odrediti funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$.

c) Odrediti $g(\{4,5,6\})$ i $f^{-1}(\{4,5,6\})$.

Poželjni:

α Dati su skupovi A i B, koji su podskupovi univerzalnog skupa U. Odrediti skup $X \subseteq U$, koji zadovoljava skupovnu jednačinu $X \cap A = B \triangle X$.

β Neka su ρ i σ relacije na skupu A, $\rho \subseteq \sigma$, i neka je ρ refleksivna i σ tranzitivna relacija. Dokazati da je $\rho \circ \sigma \circ \rho \subseteq \sigma \circ \rho \circ \rho$.

γ Neka je $f : A \to B$ funkcija i $X, Y \subseteq B$. Dokazati $f^{-1}(X \cap Y) = f^{-1}(X) \cap f^{-1}(Y)$.

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM III, 18. januar 2009.

GRUPA **Leva** Prezime i ime:________________________ br.ind.:________

Obavezni:

8. Rešiti sistem linearnih jednačina Gausovim metodom:

$x - y + 2z + t = 4,$

$2x - y + 3z - t = 3,$

$3x - 2y - 2z + 2t = 2,$

$3x + y + 2z - 3t = -2.$

9. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

10. Odrediti inverznu matricu za sledeću matricu: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & -3 \\ 3 & 10 & 0 \end{bmatrix}$

Poželjni:

α. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ 2 & 0 & 3 & 4 & \dots & n \\ 3 & 2 & 0 & 4 & \dots & n \\ 4 & 2 & 3 & 0 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & 2 & 3 & 4 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$

β. U zavisnosti od parametra a diskutovati i rešiti sistem:

$-2x + y + z = 4,$

$x - 2y + z = -2,$

$x + y + az = 4.$

γ. Rešiti matričnu jednačinu:

$$\left(\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 2 & 9 & -3 \\ 3 & 10 & 2 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM III, 18. januar 2009.

GRUPA **Desna** Prezime i ime:________________________ br.ind.:________

Obavezni:

8. Rešiti sistem linearnih jednačina Gausovim metodom:

$x - y + 2z + t = 0,$

$2x - y + z - 2t = 2,$

$2x + 2y - 3z + t = -2,$

$3x - 2y + 2z - t = 1.$

9. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

10. Odrediti inverznu matricu za sledeću matricu: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 5 \\ 4 & 9 & 10 \end{bmatrix}$

Poželjni:

α. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ 2 & 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & \dots & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 1 & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & n & n & n & \dots & 1 \end{vmatrix}.$

β. U zavisnosti od parametra a diskutovati i rešiti sistem:

$ax + y + z = 1,$

$x + ay + z = a,$

$x + y + az = a^2.$

γ. Rešiti matričnu jednačinu:

$$X \cdot \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 3 & 9 & 5 \\ 4 & 9 & 12 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM III, 18. januar 2009.

GRUPA **Leva** Prezime i ime:__________________________ br.ind.:________

Obavezni:

8. Rešiti sistem linearnih jednačina Gausovim metodom:

$x - y + 2z + t = 4,$

$2x - y + 3z - t = 3,$

$3x - 2y - 2z + 2t = 2,$

$3x + y + 2z - 3t = -2.$

9. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

10. Odrediti inverznu matricu za sledeću matricu: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & -3 \\ 3 & 10 & 0 \end{bmatrix}$

Poželjni:

α. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ 2 & 0 & 3 & 4 & \dots & n \\ 3 & 2 & 0 & 4 & \dots & n \\ 4 & 2 & 3 & 0 & \dots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & 2 & 3 & 4 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$

β. U zavisnosti od parametra a diskutovati i rešiti sistem:

$-2x + y + z = 4,$

$x - 2y + z = -2,$

$x + y + az = 4.$

γ. Rešiti matričnu jednačinu:

$$\left(\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 2 & 9 & -3 \\ 3 & 10 & 2 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

ALGEBRA I(2008/09), KOLOKVIJUM III, 18. januar 2009.

GRUPA **Desna** Prezime i ime:__________________________ br.ind.:________

Obavezni:

8. Rešiti sistem linearnih jednačina Gausovim metodom:

$x - y + 2z + t = 0,$

$2x - y + z - 2t = 2,$

$2x + 2y - 3z + t = -2,$

$3x - 2y + 2z - t = 1.$

9. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$

10. Odrediti inverznu matricu za sledeću matricu: $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 7 & 5 \\ 4 & 9 & 10 \end{bmatrix}$

Poželjni:

α. Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ 2 & 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & \dots & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 1 & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ n & n & n & n & \dots & 1 \end{vmatrix}.$

β. U zavisnosti od parametra a diskutovati i rešiti sistem:

$ax + y + z = 1,$

$x + ay + z = a,$

$x + y + az = a^2.$

γ. Rešiti matričnu jednačinu:

$$X \cdot \left(\begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 3 & 9 & 5 \\ 4 & 9 & 12 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

ALGEBRA I(2008/09), POPRAVNI KOLOKVIJUM-FEBRUAR, 10. februar 2009.

I deo:

1 Da li je tautologija: $(r \Rightarrow p) \vee q \Rightarrow (q \Leftrightarrow r) \wedge (r \Rightarrow p)$

2 Pronaći KKF i KDF za $r \Leftrightarrow (p \wedge q)$.

3 Pronaći interpretaciju i valuaciju za koju je formula: $(\forall x)(R(x, f(y)) \vee \neg R(f(x), y))$
a) tačna,
b) netačna.

II deo:

4 Dokazati da za skupove $A, B, C \subseteq E$ važi $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$.

5 Data je relacija $\rho = \{(1,2),(2,1),(3,1),(2,2),(4,4)\}$ na skupu $A = \{1,2,3,4\}$.

a) Koje od osobina refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost ova relacija poseduje?

b) Odrediti najmanju relaciju θ na istom skupu takvu da je $\rho \subseteq \theta$ i da je θ relacija ekvivalencije.

c) Odrediti klase ekvivalencije θ.

d) Da li postoji relacija poretka σ na skupu A koja sadrži ρ. Ako postoji, konstruisati tu relaciju, a ako ne postoji obrazložiti zašto ne postoji.

6 Date su sledeće korespondencije iz skupa A u skup B:

a) $A = \{a, b\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_2 = \{(a,1),(b,2),(a,3)\}$.

b) $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1,2\}$, $f_1 = \{(a,1),(b,2),(c,2)\}$.

c) $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$, $f_3 = \{(a,1),(b,2),(c,3),(e,5)\}$.

Koje od ovih korespondencija su funkcije? Koje od njih su injekcije, koje sirjekcije, a koje bijekcije?

7 Date su funkcije f i g na skupu $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. $f = \{(1,4),(2,3),(3,2),(4,1),(5,6),(6,5)\}$ i $g = \{(1,2),(2,3),(3,6),(4,5),(5,1),(6,2)\}$.

a) Odrediti jezgra funkcija f i g.

b) Odrediti funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$.

c) Odrediti $g(\{1,2,3\})$ i $f^{-1}(\{4,5,6\})$.

III deo:

8 Rešiti sistem linearnih jednačina Gausovim metodom:

$x + y - z - t = 0,$

$x + 2y - 2z + 3t = 4,$

$2x - 4y - 2z + 3t = -1,$

$2x - y + z + 3t = 5.$

9 Izračunati determinantu: $\begin{vmatrix} 4 & 5 & 6 & 8 \\ 3 & 4 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

10 Odrediti inverznu matricu za sledeću matricu: $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

ALGEBRA II(2008/09), KOLOKVIJUM I-MAJ, GRUPA A

Obavezni:

G_1	a	b	c	d
a	a	a	c	a
b	c	d	b	b
c	b	b	b	d
d	d	b	c	a

G_2	0	1
0	0	1
1	0	1

1. Objasniti da li je $(\mathbf{Z}\setminus\{2009\}, *)$ grupoid, gde je $*$ binarna operacija definisana sa: $x * y = 3x - 6y - 12$.

2. Pronaći sve podgrupoide grupoida G_1.

3. Pronaći sve kongruencije grupoida G_1.

4. Da li je $h : G_1 \to G_2$ homomorfizam grupoida ako je $h : \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$?

5. Da li je G_1 asocijativan grupoid?

Poželjni:

α. Dokazati da u svakoj cikličkoj grupi reda n postoji tačno jedna ciklička podgrupa reda k, za svaki broj k koji je delilac broja n.

β. Dokazati da $(\{a, b, c, d\}, +, \cdot)$ nije prsten gde su operacije definisane na sledeći način:

$+$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

$\cdot$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	a	a
c	a	c	a	a
d	a	d	a	a

Dokazati da je $(\{a, b, c, d\}, \cdot)$ polugrupa.

γ. Pokazati da podskup $W = \{(x, y, z)|\ xyz = 0\}$ ne određuje potprostor realnog prostora $\mathbb{R}^3$.

ALGEBRA II(2007/08), KOLOKVIJUM I-MAJ, GRUPA B

Obavezni:

G_1	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	c	d	d	c
c	b	d	d	c
d	d	b	c	a

G_2	0	1
0	0	1
1	0	1

1. Objasniti da li je $(\mathbf{Z}\setminus\{2009\}, *)$ grupoid, gde je $*$ binarna operacija definisana sa: $x * y = 6x - 3y - 9$.
2. Pronaći sve podgrupoide grupoida G_1.
3. Pronaći sve kongruencije grupoida G_1.
4. Da li je $h : G_1 \to G_2$ homomorfizam grupoida ako je $h : \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$?
5. Da li je G_1 asocijativan grupoid?

Poželjni:

α. Svaka podgrupa cikličke grupe je ciklička.

β. Dokazati da $(\{a, b, c, d\}, +, \cdot)$ nije prsten gde su operacije definisane na sledeći način:

+	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

$\cdot$	a	b	c	d
a	a	a	a	a
b	a	b	c	d
c	a	a	a	a
d	a	a	a	a

Dokazati da je $(\{a, b, c, d\}, \cdot)$ polugrupa.

γ. Pokazati da podskup $W = \{(x, y) |\ x = 0 \ \vee y = 0\}$ ne određuje potprostor realnog prostora $\mathbb{R}^2$.

ALGEBRA II - drugi kolokvijum, 24. maj 2009.-LEVA grupa

Obavezni:

6. Odrediti ostatak pri deljenju broja 2009^{203} sa 13
7. Pronaći sva rešenja Diofantove jednačine: $39x - 66y = 9$.
8. Ako je $z = 6\sqrt{3} - 18i$, odrediti z^{202}.
9. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $x^3 + x^2 + 3x - 1$ i $x^2 - x + 1$.

Poželjni:

1. Dokazati da je $\overline{jihgfedcba} \equiv \overline{jihg} - \overline{fed} - \overline{cb} + a \ (mod\ 11)$.
2. Neka su z_1 i z_2 rešenja kvadratne jednačine $z^2 + z + 1 = 0$. Za prirodne brojeve i i j za koje važi $i \equiv j(mod\ 3)$ i $0 \not\equiv j(mod\ 3)$ dokazati da je $z_1^i + z_2^j$ realan broj.
3. Neka su x_1 i x_2 nule polinoma $x^2 + 2009x + 1$. Dokazati da je $x_1^n x_2^3 + x_2^n x_1^3$ ceo broj, za svaki prirodan broj n.

ALGEBRA II - drugi kolokvijum, 24. maj 2009.-DESNA grupa

Obavezni:

6. Odrediti ostatak pri deljenju broja 2009^{2008} sa 7
7. Pronaći sva rešenja Diofantove jednačine: $34x - 44y = 12$.
8. Ako je $z = -18 + 6\sqrt{3}i$, odrediti z^{281}.
9. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $x^3 - 2x^2 + 4x + 1$ i $x^2 + x + 1$.

Poželjni:

1. Dokazati da je $\overline{jihgfedcba} \equiv \overline{ji} - \overline{hg} - \overline{fedc} + \overline{ba} \ (mod\ 101)$.
2. Neka su z_1 i z_2 rešenja kvadratne jednačine $z^2 + z + 1 = 0$. Za prirodne brojeve i i j za koje važi $i + j \equiv 0(mod\ 3)$ i $i \not\equiv 0(mod\ 3)$ dokazati da je $z_1^i - z_2^j$ realan broj.
3. Neka su x_1 i x_2 nule polinoma $x^2 - 2009x - 1$. Dokazati da je $x_1^n x_2^2 + x_2^n x_1^2$ ceo broj, za svaki prirodan broj n.

ALGEBRA II - dodatni kolokvijum, 5. jun 2009.

G_1	a	b	c	d
a	a	b	c	a
b	b	d	a	c
c	a	a	d	c
d	d	b	c	d

G_2	0	1
0	0	1
1	0	0

1. Objasniti da li je $(\mathbb{Z}\setminus\{2009\}, *)$ grupoid, gde je $*$ binarna operacija definisana sa: $x * y = 10x - 15y - 3$.
2. Pronaći sve podgrupoide grupoida G_1.
3. Pronaći sve kongruencije grupoida G_1.
4. Da li je $h : G_1 \to G_2$ homomorfizam grupoida ako je $h : \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$?
5. Da li je G_1 asocijativan grupoid?
6. Odrediti ostatak pri deljenju broja 2013^{2013} sa 7
7. Pronaći sva rešenja Diofantove jednačine: $22x - 34y = 12$.
8. Ako je $z = 4\sqrt{6} + 12\sqrt{2}i$, odrediti z^{2121}.
9. Odrediti jedan maksimalni zajednički delilac za polinome $x^3 + 2x^2 + 1$ i $x^2 + x - 1$.