Testovi iz Analize sa algebrom 4
septembar - oktobar 2009.

1. Ponavljanje izvoda iz 3. razreda ($f(x) = x^x$).
2. Ispitivanje uslova Rolove teoreme.
3. Ispitivanje granične vrednosti f-je pomoću Lopitalovog pravila.
4. Razvoj Tejlorovog reda.
5. Ispitivanje približnih vrednosti izraza u zavisnosti od razvoja tejlorovog reda, intervala promenljive i greške izračunavanja.

Prvi pismeni zadatak iz Analize sa algebrom 4
11. novembar 2009.

1. Ispitati znak funkcije $f(x) = tgx - x - \frac{x^3}{3}$ za $0 < x < \frac{\pi}{2}$.
2. Naći graničnu vrednost $\lim_{x \to a} \frac{x^x - a^x}{x-a}$.
3. Odrediti lokalni ekstremum funkcije $f(x) = x(x-2)(x-3)^2$.
4. U sferu poluprečnika r upisati valjak najveće površine.
5. Ispitati konveksnost i prevojne tačke funkcije $f(x) = x(x-2)(x-3)^2$.

Drugi pismeni zadatak iz Analize sa algebrom 4
17. decembar 2009.

1. Ispitati osobine i skicirati grafik funkcije $f(x) = ln\frac{1+x}{1-x}$.
2. Za funkciju $f(x) = x^2 - 3x,\ x \in \mathbb{R}$ naći onu od njenih primitivnih funkcija čiji grafik sadrži tačku $M_0(1, 3)$.
3. Naći $\int (\sin 3x + \cos 3x)^2 dx$.
4. Primenom odgovarajuće zamene izračunati integral $\int \frac{dx}{\sqrt{4-8x-x^2}}$.
5. Primenom metode parcijalne integracije izračunati integral $\int \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}dx$.

Kontrolni zadatak iz Analize sa algebrom 4
10. februar 2010.

1. Naći $\int \frac{x^2-1}{x^4+x^2+1}dx$.
2. Izračunati integral $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-2x-x^2}}$.
3. Izračunati integral $\int \frac{dx}{\sqrt{4+e^x}}$ (zamena $2e^{-\frac{x}{2}} = t$).
4. Ako je $I_n = \int \frac{\sin nx}{\sin x}dx$, $n \geq 2$, dokazati da je
$$I_n - I_{n-2} = \frac{2\sin(n-1)x}{n-1}.$$

Treći pismeni zadatak iz Analize sa algebrom 4
11. mart 2010.

1. Naći $\int \frac{x^2-1}{(x+2)(x^2+1)}\ dx$.
2. Izračunati neodredjeni integral $\int e^{-|x|}\ dx$.
3. Primenom Lopitalovog pravila odrediti
$$\lim_{x \to +0} \frac{1}{x^3} \int_0^{x^2} \sin\sqrt{t}\ dt$$
.
4. Dat je integral $I_n = \int_0^1 (1-x^2)^{n/2}\ dx$, $n \in \mathbb{N}$. Dokazati da je $I_n = \frac{n}{n+1} I_{n-2}$ za $n = 2, 3, \ldots$, a zatim izračunati I_n.

Završni pismeni iz Analize sa algebrom, 17. maj 2010.

Test ima 20 zadataka. Vreme za rad je 180 minuta. Svaki zadatak vredi 5 pena. Pogrešan odgovor donosi -1 poena. Ako smatrate da nijedan od ponuđenih odgovora nije tačan, upišite pod E) odgovor za koji mislite da je tačan i zaokružite E). U slučaju zaokruživanja više od jednog odgovora dobija se -2 poena.

1. Zbir svih realnih rešenja jednačine $\sqrt{x^2+x+4}+\sqrt{x^2+x+1}=\sqrt{2x^2+2x+9}$
   $\boxed{\text{A)}}$ -1; B) 0; C) 1; D) -2; E) 2.

2. Vrednost izraza $\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\log_5 6\cdot\log_6 7\cdot\log_7 8$ je:
   $\boxed{\text{A)}}$ 3; B) -3; C) $-\frac{1}{3}$; D) 0; E) $\frac{1}{3}$.

3. Zbir svih binomnih koeficijenata u razvoju stepena binoma $(x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}})^n$, $x>0$, $n\in\mathbf{N}$, jednak je 256. Srednji član u tom razvoju je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $70x^4\sqrt[3]{x^2}$; B) 70; C) $x^4\sqrt[3]{x^2}$; D) $70x^4\sqrt[3]{x}$; E) $256\sqrt[3]{x^2}$.

4. Rešenja jednačine $x^2-6ax+2-2a+9a^2=0$ su veća od 3 ako i samo ako a pripada intervalu:
   $\boxed{\text{A)}}$ $(\frac{11}{9},+\infty)$; B) $(0,\frac{11}{9})$; C) $(3,\frac{18}{5}]$; D) $(\frac{2}{9},+\infty]$; E) $(5,\frac{28}{5})$.

5. Izračunaj $1+z+z^2+\cdots+z^{11}$ ako je $z=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$.
   $\boxed{\text{A)}}$ 0; B) $1+i\sqrt{3}$; C) 1; D) -1; E) 11.

6. Ako je $f(x)=2x^x$, $x>0$, onda je $f'(x)$ jednako:
   $\boxed{\text{A)}}$ $2x^x(\ln x+1)$; B) $2x^x\ln x$; C) $2x^x(\ln x-1)$; D) $2x^{x-1}$; E) $2x^x$.

7. Broj različitih celobrojnih rešenja jednačine $x^4-x^3-9x^2-11x-4=0$ je:
   $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 4; C) 1; D) 0; E) 3.

8. Koliko ima zajedničkih delilaca oblika $x-\alpha$ polinoma x^4-1 i $x^{999}+x^{666}+x^{333}+1$?
   $\boxed{\text{A)}}$ 3; B) 4; C) 5; D) 2; E) 0.

9. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x\cos 2x}{x^2}$ jednak je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{5}{2}$; B) 0; C) 1; D) 5; E) $\frac{3}{2}$.

10. Zbir tri broja koji obrazuju opadajući geometrijski niz je 126. Ako je srednji član 24, tada je prvi član:
   $\boxed{\text{A)}}$ 96; B) 48; C) 72; D) 32; E) ____________.

11. Inverzna funkcija funkcije $f:(0,+\infty)\to(-\infty,0)$, gde je f data formulom $f(x)=-x^2$, je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $y=\sqrt{-x}$; B) $y=\sqrt{x^2}$; C) $y=-\frac{1}{x^2}$; D) $y=-\sqrt{x}$; E) $y=-\sqrt{-x}$.

12. Deljenjem polinoma $P(x)$ polinomom $S(x)$ dobija se količnik $Q(x)=x^2+4$ i ostatak x^3+2x^2. Ostatak koji se dobija kada se polinom $P(x)$ podeli polinomom $Q(x)$ jednak je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $-4x-8$; B) 2; C) $4x+2$; D) $-3x+1$; E) $-2x$.

13. Koliko celih brojeva zadovoljava nejednačinu $\frac{x^2+3x-4}{2x^2-x-1}>1$?
   $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 0; C) 1; D) 3; E) ____________.

14. Granična vrednost $\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{1\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 13}+\cdots+\frac{1}{(6n-5)\cdot(6n+1)})$ jednak je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{1}{6}$; B) 1; C) $\frac{1}{3}$; D) $\frac{1}{4}$; E) $\frac{1}{5}$.

15. Ostatak pri deljenju broja $9^{222}+4^{333}$ sa 5 je:
   $\boxed{\text{A)}}$ 0; B) 1; C) 2; D) 3; E) 4.

16. Integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\sin 7x dx$ jednak je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{2}{45}$; B) $-\frac{2}{45}$; C) $-\frac{7}{45}$; D) $\frac{7}{45}$; E) ____________.

17. Ako je $a_0+a_1x+a_2x^2$ Maklorenov polinom drugog stepena funkcije $f(x)=e^{\sin x}$, onda je $\frac{1}{2}a_0+\frac{1}{2}a_1+a_2$ jednako:
   $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{3}{2}$; B) 3; C) 4; D) 6; E) ____________.

18. Vrednost izraza $(1+\log_{\sqrt[5]{81}}\frac{1}{3})\cdot(5^{-2\log_{\frac{1}{5}}5}+4^{\frac{1}{\log_{25}16}}-2)$ jednak je:
   $\boxed{\text{A)}}$ -7; B) -63; C) -4; D) 63; E) ____________.

19. Oblast definisanosti funkcije $f(x)=\ln(\operatorname{arctg}(e^{-x}))$ je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $(-\infty,+\infty)$; B) $(-\infty,\ln\frac{\pi}{4}]$; C) $[-\ln\frac{\pi}{4},+\infty)$; D) $(-\infty,0)$; E) $(-\ln\frac{\pi}{4},0)$.

20. Koliko ima trocifrenih brojeva deljivih sa 5 u čijem dekadnom zapisu učestvuju tri različite cifre?
   $\boxed{\text{A)}}$ 136; B) 162; C) 128; D) 144; E) 450.

Maturski ispit iz Analize sa algebrom, jun 2010. - GRUPA A

Test ima 20 zadataka. Vreme za rad je 180 minuta. Svaki zadatak vredi 5 pena. Pogrešan odgovor donosi -1 poena. Ako smatrate da nijedan od ponuđenih odgovora nije tačan, upišite pod E) odgovor za koji mislite da je tačan i zaokružite E). U slučaju zaokruživanja više od jednog odgovora dobija se -2 poena.

1. Zbir svih realnih rešenja jednačine $\sqrt{x^2+3x+3}+\sqrt{x^2+3x+11}=\sqrt{2x^2+6x+20}$
   $\boxed{\text{A)}}$ -3; B) 0; C) 2; D) -2; E) 1.

2. Vrednost izraza $\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\log_5 6\cdot\dots\cdot\log_{1023}1024$ je:
   $\boxed{\text{A)}}$ 10; B) 3; C) $-\frac{1}{10}$; D) 0; E) $\frac{1}{3}$.

3. Zbir prvih 19 članova aritmetičkog niza (a_n) kod koga je $a_4+a_8+a_{12}+a_{16}=224$ je:
   $\boxed{\text{A)}}$ 1064; B) 1048; C) 720; D) 320; E) ____________.

4. Izračunaj $1+z+z^2+\dots+z^{20}$ ako je $z=\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$.
   $\boxed{\text{A)}}$ 0; B) $1+i\sqrt{3}$; C) 1; D) -1; E) 11.

5. Ako je $f(x)=(2x)^x$, $x>0$, onda je $f'(x)$ jednako:
   $\boxed{\text{A)}}$ $2^x x^x(\ln 2x+1)$; B) $2x^x\ln x$; C) $2x^x(\ln 2x+1)$; D) $(2x)^{x-1}$; E) $(2x)^x$.

6. Broj različitih celobrojnih rešenja jednačine $4x^4-8x^3-7x^2+11x+6=0$ je:
   $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 4; C) 1; D) 0; E) 3.

7. Koliko ima zajedničkih delilaca oblika $x-\alpha$ polinoma x^3-1 i $x^{4444}+x^{2222}+1$?
   $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 4; C) 5; D) 3; E) 0.

8. $\lim_{x\to 0}\frac{xe^x+x-2e^x+2}{x^3}$ jednak je:
   $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{1}{6}$; B) 6; C) 2; D) 3; E) $\frac{1}{3}$.

9. Naći oblast definisanosti funkcije $f(x)=\frac{\sqrt{7x-6-x^2}}{\ln(x^2-1)}$.
   $\boxed{\text{A)}}$ $(1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},6]$; B) $(-\sqrt{2},1)\cup(\sqrt{2},6]$; C) $(1,\sqrt{2})\cup(2,6]$; D) $(\sqrt{2},6]$; E) $(1,\sqrt{2})$.

10. Koliko postoji polinoma oblika x^2+ax+b takvih da se deljenjem polinoma x^4+4 polinomom x^2+ax+b dobija ostatak 0:
    $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 1; C) 0; D) 3; E) 4.

11. Granična vrednost $\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 9}+\dots+\frac{1}{(4n-3)\cdot(4n+1)})$ jednak je:
    $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{1}{4}$; B) 1; C) $\frac{2}{5}$; D) $\frac{2}{3}$; E) $\frac{3}{5}$.

12. Ostatak pri deljenju broja $14^{2233}+3^{3322}$ sa 5 je:
    $\boxed{\text{A)}}$ 3; B) 1; C) 2; D) 0; E) 4.

13. Integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^3 x dx$ jednak je:
    $\boxed{\text{A)}}$ $\frac{2}{3}$; B) $-\frac{2}{3}$; C) $-\frac{7}{5}$; D) $\frac{7}{5}$; E) ____________.

14. Ako je $a_0+a_1x+a_2x^2$ Maklorenov polinom drugog stepena funkcije $f(x)=e^{\cos x}$, onda je $a_0+3a_1+a_2$ jednako:
    A) 0; B) e; C) $-e$; D) $2e$; $\boxed{\text{E)}}$ $\frac{e}{2}$.

15. Funkcija $f:[0,4]\to Q$ je neprekidna na $[0,4]$. Ako je f(2)=2, onda je $f(4)$ jednako:
    $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 4; C) 0; D) $\frac{1}{2}$; E) 8.

16. Iz grupe od 8 muškaraca i 4 žene treba odabrati 4 osobe tako da među njima budu bar dve žene. Na koliko načina se to može učiniti?
    $\boxed{\text{A)}}$ 201; B) 155; C) 128; D) 144; E) 350.

17. Razlika vrednosti lokalnog maksimuma i lokalnog minimuma funkcije $f(x)=x^3-12x+3$ iznosi:
    $\boxed{\text{A)}}$ 32; B) -32; C) 23; D) -23; E) 0.

18. Vrednost izraza $\sqrt{6-\sqrt{32}}+\sqrt{6+\sqrt{32}}$ jednak je:
    $\boxed{\text{A)}}$ 4; B) 2; C) $2\sqrt{2}$; D) $\sqrt{2}$; E) $4\sqrt{2}$.

19. Realnih rešenja jednačina $3^{4^{x^2}}=4^{3^{x^2}}$ ima:
    $\boxed{\text{A)}}$ 2; B) 0; C) 1; D) 3; E) 4.

20. Jednačina geometrijskog mesta temena svih parabola $y=-2x^2+bx+1$, $b\in R$, glasi:
    $\boxed{\text{A)}}$ $1+2x^2$; B) x^2+1; C) $2x-1$; D) $x+2$; E) x^2+2.

Maturski ispit iz Analize sa algebrom, jun 2010. - GRUPA B

Test ima 20 zadataka. Vreme za rad je 180 minuta. Svaki zadatak vredi 5 pena. Pogrešan odgovor donosi -1 poena. Ako smatrate da nijedan od ponuđenih odgovora nije tačan, upišite pod E) odgovor za koji mislite da je tačan i zaokružite E). U slučaju zaokruživanja više od jednog odgovora dobija se -2 poena.

1. Rešenja jednačine $x^2 - 4ax + 5 - 5a + 4a^2 = 0$ su veća od 2 ako i samo ako a pripada intervalu:
   A) $(\frac{9}{4}, +\infty)$; B) $(0, \frac{9}{4})$; C) $(3, \frac{9}{2}]$; D) $(\frac{2}{9}, +\infty]$; E) $(0, \frac{9}{5})$.

2. Ako je $f(x) = (2x)^x$, $x > 0$, onda je $f'(x)$ jednako:
   A) $2^x x^x(\ln 2x + 1)$; B) $2x^x \ln x$; C) $2x^x(\ln 2x + 1)$; D) $(2x)^{x-1}$; E) $(2x)^x$.

3. Zbir svih binomnih koeficijenata u razvoju stepena binoma $(x + \frac{1}{\sqrt{x}})^n$, $x > 0$, $n \in \mathbf{N}$, jednak je 1024. Srednji član u tom razvoju je:
   A) $252x^2\sqrt{x}$; B) 73; C) $x^4\sqrt{x}$; D) $73x^2\sqrt{x}$; E) $256\sqrt[3]{x^2}$.

4. Naći oblast definisanosti funkcije $f(x) = \frac{\sqrt{7x-6-x^2}}{\log(x^2-1)}$.
   A) $(1, \sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 6]$; B) $(-\sqrt{2}, 1) \cup (\sqrt{2}, 6]$; C) $(1, \sqrt{2}) \cup (2, 6]$; D) $(\sqrt{2}, 6]$; E) $(1, \sqrt{2})$.

5. Koliko celih brojeva zadovoljava nejednačinu $4\sqrt{\frac{2^x-1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14\sqrt{\frac{2^{x-2}}{2^x-1}}$?
   A) 3; B) 1; C) 12; D) 15; E) beskonačno.

6. Ako je $a_0 + a_1x + a_2x^2$ Maklorenov polinom drugog stepena funkcije $f(x) = e^{\cos x}$, onda je $a_0 + 3a_1 + 2a_2$ jednako:
   A) 0; B) e; C) $-e$; D) $2e$; E) ____________.

7. Vrednost izraza $(\log_{\sqrt[3]{4}} \frac{1}{16} + 3^{\log_{\sqrt{3}} 7})(2^{\frac{1}{\log_7 \sqrt{2}}} - 2)$ jednak je:
   A) 2021; B) 1010; C) -1531; D) 1263; E) ____________.

8. Ostatak pri deljenju polinoma $p(x) = x^{2010} - 8x^{2007} + 3$ sa $x^2 - 2x$ je:
   A) 3; B) $x + 3$; C) $x + 2$; D) $x - 2$; E) $x - 3$.

9. Broj realnih rešenja jednačine $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-1} = 5$ je:
   A) 1; B) 0; C) 2; D) 3; E) 4.

10. Granična vrednost $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+3x} - \sqrt{x^2+x})$ je:
    A) 1; B) 0; C) 2; D) 3; E) $+\infty$.

11. Vrednost izraza $(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})^{3001}$ je:
    A) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$; B) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$; C) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$; D) $-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$; E) $\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$.

12. Ako je $(x+1)^3(-x^2+x+1)^{1004} = b_0 + b_1x + \cdots + b_{2011}x^{2011}$, onda je $b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \cdots + 2011b_{2011}$ jednako sa:
    A) -8020; B) -8010; C) 8010; D) -8030; E) -8040.

13. Neka je $f(\frac{4x-3}{x+1}) = 4x - 3$, $x \neq -1$. Tada je $f(2)$ jednako:
    A) 7; B) 0; C) 3; D) -3; E) ____________.

14. Vrednost izraza $\sqrt{5 - 2\sqrt{13 - 4\sqrt{3}}}$ jednaka je
    A) $2 - \sqrt{3}$; B) $\sqrt{2} - 3$; C) $\sqrt{5} - 2$; D) $2 - \sqrt{5}$; E) 2.

15. Asimptota grafika funkcije $y = \frac{4x^3+x^2}{x^2-1}$ kada $x \to -\infty$ je:
    A) $y = 4x + 1$; B) $y = -4x + 1$; C) $y = -4x - 1$; D) $y = 4x - 1$; E) $y = 4x$.

16. Granična vrednost $\lim_{n\to\infty} \frac{n\sin(n!)}{n^2+1}$ je:
    A) 0; B) ∞; C) 1; D) $-\infty$; E) ne postoji.

17. Na koliko načina se od 3 kokoške, 4 patke i 3 ćurke može izabrati nekoliko ptica tako da među izabranima bude bar jedna kokoška, bar jedna patka i bar jedna ćurka?
    A) 735; B) 315; C) 2^9; D) $2^9 - 3$; E) 555.

18. Ostatak pri deljenju broja $14^{2233} + 2^{3322}$ sa 9 je:
    A) 3; B) 1; C) 2; D) 0; E) 4.

19. Integral $\int_2^3 \frac{2}{x^2-1}dx$ jednak je:

$\boxed{\text{A)}}$ $\ln(\frac{3}{2})$; B) $\ln(\frac{2}{3})$; C) $\frac{3}{2}$; D) $\frac{2}{3}$; E) 1.

20. Zbir svih n rešenja jednačine $z^n = 3$ ($z \in \mathbf{C}$, $n \in \mathbf{N}$, $n \neq 1$) je:

$\boxed{\text{A)}}$ 0; B) $\sqrt[n]{3}$; C) $n\sqrt[n]{3}$; D) $-n\sqrt[n]{3}$; E) $-\sqrt[n]{3}$.

Maturski ispit iz Analize sa algebrom, Grupa C

1. Dokazati da je $\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$.
2. Rešiti jednačinu $\log_{x^2+2x+3}(-x^5 + x^2 + x - 6) \cdot \log_{-x}(x^2 + 2x + 3) = 5$.
3. Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \frac{x-1}{x}e^x$ i skicirati njen grafik.
4. Jednačina $z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 2z + 4 = 0$ ima jedan kompleksan koren z_0 takav da je $\frac{Re(z_0)}{Im(z_0)} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $|z_0| \in \mathbf{Q}$, $|z_0| \leq 3$. Naći sve korene ove jednačine.
5. Dat je integral $I_n = \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx$, $n \in \mathbf{N}$.
   (a) Pokazati da je $I_{n+1} = (n+1)I_n$, $n \in \mathbf{N}$.
   (b) Izračunati I_n.
   (c) Ispitati konvergenciju niza $\frac{I_n}{n^n}$.

Maturski ispit iz Analize sa algebrom, jun 2010. - GRUPA D

1. Dat je skup funkcija
$$f(x) = mx^2 - 3(m-2)x + \frac{9}{4}m, \ m \in \mathbf{R}, \ m \neq 0.$$
   (a) Odrediti m tako da bude $f(x) > 0$ za sve realne brojeve x.
   (b) Odrediti geometrijsko mesto temena parabola $y = f(x)$.
   (c) Dokazati da postoji tačka koja pripada graficima svih funkcija $y = f(x)$.
2. Dat je niz $a_1 = \sqrt[3]{6}$, $a_n = \sqrt[3]{6 + a_{n-1}}$, $n \geq 2$. Dokazati da je $\lim_{n\to\infty} a_n = 2$.
3. Rešiti jednačinu $\log_{x^2+x+1}(-x^3 + x^2 + x - 6) \cdot \log_{-x}(x^2 + x + 1) = 3$.
4. Detaljno ispitati funkciju $f(x) = \frac{-6x+x^2+7}{x-1}$ i skicirati njen grafik.
5. Odrediti sve prirodne brojeve za koje je polinom $(x+1)^n - x^n - 1$ deljiv sa $x^2 + x + 1$.

Maturski ispit iz Analize sa algebrom, jun 2010. - GRUPA E

1. Rešiti nejednačinu $4\sqrt{\frac{2^x-1}{2^x}} + \sqrt{14} \leq 14\sqrt{\frac{2^x-2}{2^x-1}}$.
2. Data je familija parabola $f(x) = mx^2 + (m+2)x + 3$, $m \neq 0$. Odrediti skup tačaka S u ravni Oxy kroz koje ne prolazi nijedna od parabola.
3. Rešiti jednačinu $\log_{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}(x^2 - 2x - 2) = \log_{2+\sqrt{3}}(x^2 - 2x - 3)$.
4. Detaljno ispitati funkciju $f(x) = x\sqrt{x+3}$ i skicirati njen grafik.
5. Neka je $A = \{1, 2, 3\}$ i $B = \{a, b, c, d\}$.
   (a) Koliko ima funkcija iz A u B?
   (b) Koliko ima 1-1 funkcija iz A u B?
   (c) Koliko ima preslikavanja iz B u A koje su *na*?

Maturski ispit iz Analize sa algebrom, jun 2010. - GRUPA F

1. Odrediti realni broj a tako da $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ bude nula polinoma $p(x) = x^4 + ax^2 + 1$, a zatim za dobijenu vrednost a odrediti i ostale nule polinoma $p(x)$.
2. Odrediti sve vrednosti parametra a za koje skup vrednosti funkcije
$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x+a^2-3a}$$
ne seče interval $[3, +\infty)$.
3. Rešiti nejednačinu $\log_{tg\ x} \sin x - \log_{ctg\ x}(\cos x) \geq 3$.
4. Detaljno ispitati funkciju $f(x) = 2\sin x + \cos 2x$ i skicirati njen grafik.
5. Koliko različitih relacija ekvivalencije se može definisati na skupu od 5 elemenata?